САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР ®

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

КЛАСС
7

К заданиям учебника
Ю.Н. МАКАРЫЧЕВА и др.

АЛГЕБРА

А.А. Белова

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ

из учебника

ПО АЛГЕБРЕ

авторов
Ю.Н. Макарычева и др.
(*М.: Просвещение*)

7 класс

Москва • «ВАКО» • 2010

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
Б43

Белова А.А.

Б43 Подробный разбор заданий из учебника по алгебре: 7 класс. – М.: ВАКО, 2010. – 160 с. – (Сам себе репетитор).

ISBN 978-5-94665-975-8

Издание содержит алгоритмы решения типовых задач, подробный разбор абсолютно всех заданий, включая задачи на построение графиков и задачи повышенной сложности из учебника по алгебре для 7 класса авторов Ю.Н. Макарычева и др. (М.: Просвещение).

Пособие будет незаменимым помощником школьникам при приготовлении домашних работ, подготовке к экзамену, а также будет способствовать обретению прочных навыков самопроверки.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

ISBN 978-5-94665-975-8

Глава I

Выражения, тождества, уравнения

§ 1. Выражения

1. а) 6,965 + 23,3 = 30,265; **б)** 76,73 + 3,27 = 80; **в)** 50,4 – 6,98 = 43,42;
г) 88 – 9,804 = 78,196; **д)** 6,5 · 1,22 = 7,93; **е)** 0,48 · 2,5 = 1,2;
ж) 3,725 · 3,2 = 11,92; **з)** 0,016 · 0,25 = 0,004; **и)** 53,4 : 15 = 3,56;
к) 16,94 : 2,8 = 6,05; **л)** 75 : 1,25 = 60; **м)** 123,12 : 30,4 = 4,05.

2. а) 481,92 : 12 – 20,16 = 40,16 – 20,16 = 20;
б) 6,05 · (53,8 + 50,2) = 6,05 · 104 = 629,2;
в) 1,08 · 30,5 – 9,72 : 2,4 = 32,94 – 4,05 = 28,89;
г) 44,69 + 0,5 · 25,5 : 3,75 = 44,69 + 3,4 = 48,09;

3. а) 155,5 – 5,5 · 20,7 = 155,5 – 133,85 = 41,65;
б) 85,68 (4,138+ 2,162) = 85,68 6,3 = 13,6;
в) 3,6 · 0,08 + 5,2 · 2,5 = 45 + 13 = 58;
г) (9,885 – 0,365) : 1,7 + 4,4 = 9,52 : 1,7 + 4,4 = 5,6 + 4,4 = 10.

4. а) $\frac{3}{5}+\frac{6}{7}=\frac{51}{35}=1\frac{16}{35}$; **в)** $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{1}{24}$; **г)** $\frac{3}{10}-\frac{4}{15}=\frac{1}{30}$;

д) $1\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=1\frac{9}{6}=2\frac{1}{2}$; **е)** $5-3\frac{2}{7}=1\frac{5}{7}$; **ж)** $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$;

и) $1\frac{1}{9}\cdot 1\frac{1}{2}=\frac{10}{9}\cdot\frac{3}{2}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$; **к)** $2\frac{6}{7}:1\frac{3}{7}=\frac{20}{7}\cdot\frac{7}{10}=2$;

м) $3\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=\frac{11}{3}\cdot 6=22$.

5. а) $6\frac{1}{3}-8=-1\frac{2}{3}$; **б)** $-2\frac{2}{7}+4\frac{3}{5}=2\frac{11}{35}$; **в)** $5\frac{1}{3}-6\frac{1}{4}=-\frac{11}{12}$;

г) $\frac{3}{8}:\left(-\frac{9}{16}\right)=-\frac{3\cdot16}{8\cdot9}=-\frac{2}{3}$; **д)** $\frac{5}{12}\cdot(-6)=-\frac{5}{2}=-2{,}5$; **е)** $-3\frac{2}{3}\cdot 3=-9\frac{2}{3}$;

ж) $\frac{4}{7}\cdot(-49)=-28$; **з)** $-16:\left(-\frac{4}{9}\right)=36$;

и) $-3\frac{1}{2}\cdot\left(-1\frac{3}{7}\right)=-\frac{7}{2}\cdot\left(-\frac{10}{7}\right)=5$.

6. а) $8\frac{1}{3}+6\frac{1}{2}-3\frac{5}{6}=14\frac{5}{6}-3\frac{5}{6}=11$; **б)** $12\frac{3}{8}-5\frac{1}{4}+7\frac{1}{2}=7\frac{1}{8}+7\frac{4}{8}=14\frac{5}{8}$;

в) $2\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{10}:2\frac{4}{5}=\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{14}=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$; **г)** $1\frac{1}{6}:2\frac{1}{6}\cdot 26=14$.

7. а) $3\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}+6\frac{4}{9}:2=1\frac{1}{5}+3\frac{2}{9}=4\frac{19}{45}$;

б) $\frac{2}{3}-\frac{8}{23}\cdot\left(\frac{3}{4}+1\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{3}-\frac{6}{23}-\frac{28}{69}=\frac{0}{69}=0$;

в) $2\frac{5}{6}-1\frac{1}{5}\cdot1\frac{1}{9}+1\frac{5}{7}:1\frac{1}{7}=2\frac{5}{6}-1\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=3$;

г) $5\frac{2}{9}:\left(3-1\frac{1}{9}\cdot2\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{5}=5\frac{2}{9}:\left(3-2\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}=5\frac{2}{9}:\frac{1}{3}+\frac{4}{5}=15\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=15\frac{22}{15}=16\frac{7}{15}$.

8. а) $3\frac{2}{15}+1\frac{2}{5}:\frac{1}{3}-2\frac{1}{5}=3\frac{2}{15}+3\frac{6}{5}-2\frac{1}{5}=3\frac{2}{15}+4\frac{1}{5}-2\frac{1}{5}=3\frac{2}{15}+2=5\frac{2}{15}$;

б) $\left(1\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):3\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=1\frac{1}{4}:3\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=1\frac{1}{4}:3\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$;

в) $4\frac{5}{6}-\frac{5}{8}-2\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}=4\frac{5}{24}-\frac{3}{8}=4-\frac{4}{24}=3\frac{5}{6}$;

г) $\left(4-2\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}\right):3\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\left(4-1\frac{1}{2}\right):3\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}:3\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$.

9. а) $25^2=625$; б) $3{,}5^2=12{,}25$; в) $12^3=1728$;

г) $0{,}2^3=0{,}008$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$; е) $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$;

ж) $\left(1\frac{1}{6}\right)^2=\frac{49}{36}=1\frac{13}{36}$; з) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3=\frac{125}{8}=15\frac{5}{8}$.

10. а) $2+2+2=6$, $2\cdot2+2=6$, $2^2+2=6$; б) $2\cdot2\cdot2=8$, $2^2-2=8$;
в) $2:2+2=3$; г) $2^{2-2}=1$.

11. а) $9\cdot4:3=12$; б) $48:3\cdot16=0$.

12. $40-(3\cdot4+3\cdot5)$ – расстояние между пешеходами через 3 часа.

13. $4\cdot7+4\cdot9$ – количество деталей, которое изготовят двое рабочих за 4 ч.

14. а) разность 8,5 и 7,3; б) произведение 4,7 и 12,3;
в) частное 65 и 1,3; г) сумма 5,6 и 0,9;
д) сумма произведения 2 и 9,5 и 14; е) частное разности 10 и 2,7 и 5;
ж) разность 2,5 и суммы 3,2 и 1,8; з) произведение 6,1 и частного 8,4 и 4;
и) частное суммы 6,4 и 7 и числа 2.

15. а) $(28+15)$; б) $6\cdot3$; в) $3-8{,}7$; г) $0{,}8:0{,}4$.

16. 1% числа 240 равен 2,4
5% = 0,05, $0{,}05\cdot240=12$; 85% = 0,85; $0{,}85\cdot240=204$;
150% = 1,5, $1{,}5\cdot240=360$.

17. **а)** $0{,}03 \cdot 500 = 15$; **б)** $0{,}4 \cdot 15 = 6$; **в)** $1{,}2 \cdot 8{,}5 = 10{,}2$;
г) $0{,}095 \cdot 280 = 26{,}6$; **д)** $2{,}8 \cdot 9{,}5 = 26{,}6$; **е)** $0{,}012 \cdot 1{,}25 = 0{,}015$.

18. 1) $0{,}3 \cdot 5200 = 1560$ – стоимость одной книги;
2) $0{,}45 \cdot 5200 = 2340$ – стоимость другой книги;
3) $2340 - 1560 = 780$ – на столько I книга дешевле II книги.

19. Во-первых, найдем чему равно 40% от 80. Для этого найдем 1% и умножим на 40. Получаем: $\frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$. Следовательно, оставшаяся площадь равна 80 га – 32 га = 48 га. Найдем 60% от 48 га. Имеем: $\frac{48}{100\%} \cdot 60\% = 28{,}8$ га. Для того, чтобы определить, кто из них вспахал больше, надо сравнить числа 32 и 28,8. Очевидно, что $32 > 28{,}8$: $32 - 28{,}8 = 3{,}2$ га. Значит, первый вспахал на 3,2 га больше, чем второй.

20. 1) $0{,}25 \cdot 44 = 11$ ц – на столько больше стали собирать с 1 га;
2) $44 + 11 = 55$ ц – пшеницы с 1 га стали собирать.

21. **а)** При $x = 7$ получаем, что $4x - 12 = 4 \cdot 7 - 12 = 16$. Значение выражения равно 16.
При $x = 0$: $4x - 12 = -12$. Значение выражения равно (-12).
При $x = -5$ значение выражения равно $4x - 12 = -20 - 12 = -32$.
б) При $y = 3$ получаем, что $2{,}8 - 0{,}5y = 2{,}8 - 0{,}5 \cdot 3 = 2{,}8 - 1{,}5 = 1{,}3$.
Значение выражения равно 1,3.
При $y = 0$: $2{,}8 - 0{,}5 \cdot 0 = 2{,}8$. Значение выражения равно 2,8.
При $y = -6$: $2{,}8 - 0{,}5 \cdot (-6) = 2{,}8 + 3 = 5{,}8$. Значение выражения равно 5,8.

22. Для того, чтобы заполнить таблицу, необходимо вычислить значения выражений $(3x - 1)$ и $(-3x + 1)$ при всех данных значениях x. Начнем со второй строчки таблицы. Подставим первое значение $x = -2$ в выражение $(3x - 1)$ и получим: $3x - 1 = 3 \cdot (-2) - 1 = -6 - 1 = -7$. Так же подставляем оставшиеся значения x в это выражение. Результаты вычислений приведены во второй строчке таблицы.

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$3x - 1$	-7	-4	-1	2	5	11	14
$-3x+1$	7	4	1	-2	-5	-11	-14

Подобным образом заполняем третью строчку таблицы. Подставляя первое значение $x = -2$ в выражение $(-3x + 1)$, получаем:
$-3x + 1 = -3 \cdot (-2) + 1 = 6 + 1 = 7$. Так же находим значение выражения $(-3x + 1)$ для других значений x. В результате заполняем третью строчку таблицы. Соответственные значения выражений $(3x - 1)$ и $(-3x + 1)$ являются противоположными числами.

23. Для того, чтобы заполнить таблицу, необходимо вычислить значения двух выражений $(10 - 2y)$ и $(10 + 2y)$ при всех данных значениях y.

Начнем со второй строчки таблицы. Подставим первое значение $y = -3$ в выражение $(10 - 2y)$ и получим: $10 - 2y = 10 - 2 \cdot (-3) = 10 + 6 = 16$. Так же подставляем оставшиеся значения y в это выражение. Результаты вычислений приведены во второй строчке таблицы.

y	−3	−1	0	2	3	4	6
$10 - 2y$	16	12	10	6	4	2	−2
$10 + 2y$	4	8	10	14	16	18	22

Подобным образом заполняем третью строчку таблицы. Подставляя первое значение $y = -3$ в выражение $(10 + 2y)$, получаем: $10 + 2y = 10 + 2 \cdot (-3) = 10 - 6 = 4$. Так же находим значение выражения $(10 + 2y)$ для других значений y. В результате заполняем третью строчку таблицы.

24. а) Будем находить значения выражения $x^2 + 4$ при каждом значении x, подставляя x в выражение. Таким образом получаем, что при $x = 5$: $x^2 + 4 = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$, при $x = 3$: $x^2 + 4 = 9 + 4 = 13$, при $x = 0$: $x^2 + 4 = 0^2 + 4 = 4$, при $x = -3$: $x^2 + 4 = (-3)^2 + 4 = 9 + 4 = 13$, при $x = 10$: $x^2 + 4 = 10^2 + 4 = 100 + 4 = 104$.

б) $x^2 - 8$; при $x = 5$: $25 - 8 = 17$; при $x = 3$: $9 - 8 = 1$; при $x = 0$: $0 - 8 = -8$; при $x = -3$: $9 - 8 = 1$% при $x = 10$: $100 - 8 = 92$.

25. а) Найдем сначала значение суммы $x + y$. Для этого сложим данные значения переменных x и y. Получаем, что $x + y = 1{,}2 + (-2{,}5) = 1{,}2 - 2{,}5 = -1{,}3$. Теперь аналогично найдем произведение xy. Имеем: $xy = 1{,}2 \cdot (-2{,}5) = -1{,}2 \cdot 2{,}5 = -3$. При этом умножение можно было сделать столбиком.

б) Если $x = -0{,}8$; $y = 3$, то $-0{,}8 + 3 = 2{,}2$; $-0{,}8 \cdot 3 = -2{,}4$.

в) Если $x = 0{,}1$; $y = 0{,}2$, то $0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3$; $0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02$.

г) Если $x = -1{,}4$; $y = -1{,}6$, то $-1{,}4 + (-1{,}6) = -3$; $-1{,}4 \cdot (-1{,}6) = 2{,}24$.

26. а) Нам нужно найти значение выражения $5m - 3n$ при $m = -\frac{2}{5}$ и $n = \frac{2}{3}$.

Подставляем эти значения m и n в данное выражение. Получаем:

$$5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = -2 - 2 = -4;$$

б) при $m = 0{,}2$ и $n = -1{,}4$: $5m - 3n = 5 \cdot 0{,}2 - 3 \cdot (-1{,}4) = 1 + 3 \cdot 1{,}4 = 5{,}2$.

27. а) если $x = 2{,}4$; $y = 0{,}8$, то $\frac{1}{2} \cdot 2{,}4 - 0{,}8 = 1{,}2 - 0{,}8 = 0{,}4$;

б) если $x = -3{,}6$; $y = 5$, то $\frac{1}{2} \cdot (-3{,}6) - 5 = -1{,}8 - 5 = -6{,}8$;

в) если $x = 4{,}8$; $x = -2{,}1$, то $\frac{1}{2} \cdot 4{,}8 + 2{,}1 = 2{,}4 + 2{,}1 = 4{,}5$;

г) если $x = -4{,}4$; $y = -3$, то $\frac{1}{2} \cdot (-4{,}4) + 3 = -2{,}2 + 3 = 0{,}8$.

28.

a	5	–2	4	1	6
b	–3	3	0	–1	4
$a-2\cdot b$	11	–8	4	3	–2

29. а) $5\cdot(x-y)=5\cdot 0{,}7=3{,}5$; **б)** $y-x=-0{,}7$;

в) $\dfrac{1}{x-y}=\dfrac{10}{7}$; **г)** $\dfrac{x-y}{y-x}=\dfrac{0{,}7}{-0{,}7}=-1$.

30. а) $(2m+6)\cdot n$; если $m=2\frac{1}{2}$; $n=3$, то $\left(2\cdot\left(-2\frac{1}{2}\right)+6\right)\cdot 3=(-5+6)\cdot 3=3$;

б) $x-2xy$; если $x=5$; $y=-1$, то $5-2\cdot 5\cdot(-1)=5+10=15$;

в) $ax-3y$; если $a=10$; $x=-5$; $y=-\frac{1}{3}$ то $10\cdot(-5)-3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-50+1=-49$;

г) $ax+bx+c$; если $a=\frac{1}{2}$; $x=2$; $b=-3$; $c=5{,}8$, то $\frac{1}{2}\cdot 2-3\cdot 2+5{,}8=$
$=1-6+5{,}8=0{,}8$.

31. $35\cdot(a+5b)$ – столько денег израсходовано было для того, чтобы обеспечить класс учебниками и контурными картами.

32. $32a+40b$; если $a=120$; $b=80$, то $32\cdot 120+40\cdot 80=3840+3200=7040$.

33. Так как по условию задачи известно, что на стройке работало 5 бригад по a человек в каждой, то в 5 бригадах было $5a$ человек. Так же работало 3 бригады по b человек, значит в трех бригадах было $3b$ человек. Для того, чтобы определить сколько человек работало всего на стройке, надо сложить количество людей в этих бригадах: $5a+3b$. Найдем значение этого выражения при данных значениях $a=25$ и $b=32$. Получаем: $5a+3b=5\cdot 25+3\cdot 32=125+96=221$.

34. а) $S=a\cdot b-c\cdot(a-2d)$; **б)** $S=x\cdot m+y\cdot(n-m)$.

35. $V=a\cdot a\cdot(a-h)$; $V=a^2\cdot(a-h)$.

36. Мы знаем, что площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину. Поэтому:

а) $a\cdot b$ – это площадь прямоугольника. Периметр прямоугольника равен сумме длин всех его сторон, а так как у прямоугольника противолежащие стороны равны, то получается, что **б)** $2a+2b$ – периметр прямоугольника. Тогда **в)** $a+b$ – полупериметр или иначе сумме длины и ширины прямоугольника. А в случае **г)** $2a$ получаем, что это сумма двух противоположных сторон, иначе удвоенная длина прямоугольника.

37. а) $x+y$ – стоимость карандаша и тетради;

б) $3x+y$ – стоимость 3 тетрадей и карандаша;

в) $2x + 3y$ – стоимость 2 тетрадей и 3 карандашей;

г) $\frac{x}{y}$ – во столько раз тетрадь дороже карандаша.

38. **а)** произведение m и n; **б)** разность n и a; **в)** сумма 10 и произведения a и b; **г)** произведение суммы a и 5 и x; **д)** разность m и произведения 8 и a; **е)** сумма произведения 2 и x и 1; **ж)** сумма частного a и b и c; **з)** сумма произведения a и b и b и c; **и)** произведение разности a и b и суммы a и b.

39. **а)** $b + c$; **б)** $a - m$; **в)** x^2; **г)** y^3; **д)** $x + ab$; **е)** $m - \frac{x}{y}$; **ж)** $(a + b) \cdot c$; **з)** $a \cdot (x + y)$.

40. **а)** $5y + 2$ – имеет смысл при любых y; **б)** $\frac{18}{y}$ – имеет смысл, если $y \neq 0$;

в) $\frac{1}{x-7}$ – имеет смысл, если $x \neq 7$; **г)** $\frac{m-1}{4}$ – имеет смысл при любых m;

д) $\frac{7a}{3+a}$ – имеет смысл, если $a \neq 7$; **е)** $\frac{2b}{10-b}$ – имеет смысл, если $b \neq 7$.

41. **а)** $5n$ – число, кратное 5, где $n \in Z$; **б)** $10n$ – число, кратное 10, где $n \in Z$; **в)** $101n$ – число, кратное 101, где $n \in Z$.

42. $a = 7n$, где $n \in Z$;
$n = 15$, то $a = 105$; $n = 21$, то $a = 147$.

43. Условие того, что число должно быть кратно 6, означает, что оно должно делиться без остатка на 6. Таким образом, если мы обозначим за y переменную, которая принимает любые целые значения, то можем записать формулу числа как $6y$. Теперь найдем по этой формуле 3 числа, кратных 6. Например, при $y = 1$ получаем: $6 \cdot 1 = 6$, при $y = 4$ имеем: $6 \cdot 4 = 24$, при $y = 7$ получаем: $6 \cdot 7 = 42$.

44. **а)** Для начала определим чему равен 1% неизвестного нам числа. Для этого поделим: $\frac{1{,}8}{3} = 0{,}6$. Тогда наше число равно $0{,}6 \cdot 100\% = 60$.

б) Определим чему равен 1% неизвестного нам числа. Для этого поделим: $\frac{17}{85} = 0{,}2$. Тогда наше число равно $0{,}2 \cdot 100\% = 20$.

в) Определим чему равен 1% неизвестного нам числа. Для этого поделим: $\frac{3{,}9}{130} = 0{,}03$. Тогда наше число равно $0{,}03 \cdot 100\% = 3$.

г) Определим, чему равен 1% неизвестного нам числа.

Имеем: $\frac{9,3}{6,2}=\frac{93}{62}=1,5$. Следовательно, число, которое нам требуется найти, равно $1,5 \cdot 100\% = 150$.

45. Пусть первоначально в бидоне было 100% молока. После того, как отлили 30% молока, в нем осталось 100% – 30% = 70% (что составляет 14 л). Поэтому 1% от первоначального объема молока в бидоне будет составлять $\frac{14}{70}=0,2$ (л), а 100% – в 100 раз больше, т. е. $0,2 \cdot 100 = 20$ (л). Следовательно, первоначально в бидоне было 20 л молока.

46. Завод должен был выполнить по плану 100% задания. Но он перевыполнил план на 15% и сделал 100 + 15 = 115% задания, что составило 230 станков. Поэтому 1% от планового задания составляет $\frac{23}{115}=2$ (станка), а 100% от плана – в 100 раз больше, т. е. $2 \cdot 100 = 200$ (станков). Следовательно, по плану завод должен был выпустить 200 станков.

47. **а)** Для того, чтобы сравнить значения выражений, их нужно сначала вычислить. Получаем, что $2,06 \cdot 3,05 = 6,283$, а $21,28 : 3,5 = 6,08$. При этом умножение выполнилось столбиком, а деление уголком. Очевидно, что $6,283 > 6,08$. Значит $2,06 \cdot 3,05 > 21,28 : 3,5$.

б) $97,2 : 2,4 = 40,5$; $62 - 21,6 = 40,4 \Rightarrow 62 - 21,6$;

в) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{7}{10}; \frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{5}>\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$;

г) $16-3\frac{5}{8}=12\frac{3}{8}; 15-2\frac{1}{4}=12\frac{3}{4}=12\frac{6}{8}; 16-3\frac{5}{8}<15-2\frac{1}{4}$.

48. **а)** Преобразуем сначала левую часть $56\cdot\frac{2}{7}=7\cdot8\cdot\frac{2}{7}=16$, теперь правую: $56:\frac{7}{2}=56\cdot\frac{2}{7}=16$ (заменяя операцию деления умножением, а делитель его обратной величиной). Мы видим, что левая и правая части равны. Значит, $56\cdot\frac{2}{7}=56:\frac{7}{2}$.

б) $9 : 0,36 = 9 : \frac{9}{25} = 25 \Rightarrow 9 : 0,36 > 0,9$;

в) $\frac{3}{5}-\frac{5}{4}=-\frac{13}{20}; \frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{15}{32} \Rightarrow \frac{3}{5}-\frac{5}{4}<\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)$;

г) $\frac{1}{8}-\frac{1}{9}=\frac{1}{72}; \frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{1}{90} \Rightarrow \frac{1}{8}-\frac{1}{9}>\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$.

49. **а)** Для того, чтобы узнать, верно ли неравенство, надо сначала упростить его. В левой части получаем: $2\frac{1}{2}:\frac{3}{4}-2\frac{1}{3}=\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{3}-\frac{7}{3}=\frac{10}{3}-\frac{7}{3}=\frac{3}{3}=1$.

Напомним, что сначала выполняется деление чисел, а затем вычитание.

Теперь преобразуем правую часть. Имеем: $\left(2\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}\right)\cdot4=\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)\cdot4=\frac{9-8}{2\cdot3}\cdot4=\frac{2}{3}$.

Теперь сравним полученные результаты. Видно, что $1>\frac{2}{3}$. Значит, неравенство верно.

б) $-7{,}62+3{,}38=-4{,}24$; $4{,}2-7{,}31=-3{,}11$;
т.к. $-4{,}24<-3{,}11$, то $-7{,}62+3{,}38<4{,}2-7{,}31$ – верно.

50. **а)** $0{,}7\cdot0{,}8\cdot0{,}9=0{,}504$; $0{,}7+0{,}8-0{,}9=0{,}6\Rightarrow0{,}7\cdot0{,}8\cdot0{,}9<0{,}7+0{,}8-0{,}9$;

б) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{3}>\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}$.

51. **а)** Найдем сначала значение выражения $9{,}5-a$. При $a=3{,}8$ получаем: $9{,}5-3{,}8=5{,}7$ и $0{,}5a=0{,}5\cdot3{,}8=1{,}9$. Следовательно, $5{,}7>1{,}9$. При $a=0$: $9{,}5-a=9{,}5$ и $0{,}5\cdot a=0$. Имеем: $9{,}5>0$. При $a=5$: $9{,}5-a=4{,}5$ и $0{,}5\cdot a=$ $=0{,}5\cdot5=2{,}5$. Получаем: $4{,}5>2{,}5$. Следовательно, первое выражение при всех данных значениях a больше.

б) Найдем сначала значения выражений $(3-c)$ и $(4c-5)$. При $c=1{,}6$ получаем: $3-c=3-1{,}6=1{,}4$ и $4c-5=4\cdot1{,}6-5=6{,}4-5=1{,}4$. Следовательно, $1{,}4=1{,}4$. При $c=-3$: $3-c=3-(-3)=6$ и $4c-5=4\cdot(-3)-$ $-5=-17$. Имеем: $6>17$. При $c=-6$: $3-c=3-(-6)=9$ и $4c-5=$ $=4\cdot(-6)-5=-29$. Получаем: $9>-29$.

52. **а)** x и $-x$; если $x=8$, то $8>-8$, если $x=0$,то $0=0$; если $x=-3$, то $-3<3$;
б) x и $100x$; если $x=5$, то $5<500$; если $x=0$, то $0=0$; если $x=-5$, то $-5>-500$;
в) $10-3x$ и $10-2x$; если $x=2$, то $4<6$, если $x=0$, то $10=10$;
если $x=-3$, то $19>16$;
г) $a+b$ и $a-b$; если $a=3{,}4$; $b=-1{,}5$, то $1{,}9<4{,}9$.

53. **а)** Сначала найдем значения выражений $(5m-0{,}8)$ и $(0{,}8m-5)$. При $m=-1$ получаем: $5m-0{,}8=5\cdot(-1)-0{,}8=-5{,}8$ и $0{,}8m-5=0{,}8\cdot(-1)-$ $-5=-5{,}8$. Следовательно, $-5{,}8=-5{,}8$. При $m=-5$: $5m-0{,}8=5\cdot(-5)-$ $-0{,}8=-25{,}8$ и $0{,}8m-5=0{,}8\cdot(-5)-5=-9$. Имеем: $-9>-25{,}8$. При $m=2$: $5m-0{,}8=5\cdot2-0{,}8=9{,}2$ и $0{,}8m-5=0{,}8\cdot2-5=1{,}6-5=-3{,}4$. Получаем: $9{,}2>-3{,}4$.

б) Найдем сначала значение выражения ab при $a=4{,}6$ и $b=0{,}23$. Имеем: $ab=4{,}6\cdot0{,}23=1{,}058$. Теперь найдем при данных значениях a и b значение выражения $a:b$. Получаем: $a:b=4{,}6:0{,}23=20$. Следовательно, $20>1{,}058$, т. е. второе выражение больше.

54. Сначала найдем значение левой части при данном значении x, потом правой, а потом сравним. Получаем: при $x = 4{,}2$: $2x + 5 = 2 \cdot 4{,}2 + 5 = 13{,}4$ и $3x = 3 \cdot 4{,}2 = 12{,}6$. Имеем: $13{,}4 > 12{,}6$, поэтому: $2x + 5 > 3x$. Значит, неравенство при $x = 4{,}2$ не верно. При $x = 5$: $2x + 5 = 2 \cdot 5 + 5 = 15$ и $3x = 3 \cdot 5 = 15$. Получаем равенство: $15 = 15$. Значит, неравенство при $x = 5$ тоже не верно. При $x = 6{,}5$: $2x + 5 = 2 \cdot 6{,}5 + 5 = 18$ и $3x = 3 \cdot 6{,}5 = 19{,}5$. Получаем: $18 < 19{,}5$. Значит, неравенство верно.

55. **а)** Это неравенство является строгим и двойным. Его можно прочитать так: «8,14 больше 8,1 и 8,14 меньше 8,6» или короче: «8,14 больше 8,1 и меньше 8,6».
б) 9,865 больше 9, но меньше 10; **в)** –839 больше –900, но меньше –800; **г)** –38,7 больше –40, но меньше –30.

56. **а)** $8 < 13 < 15$; **б)** $4{,}1 < 4{,}18 < 4{,}2$; **в)** $63 < 63{,}5 < 64$;
г) $-11 < -8{,}1 < -7$; **д)** $1{,}8 < a < 2{,}8$; **е)** $a < x < b$.

57. **а)** $8{,}6 < 6{,}625 < 8{,}7$; **б)** $\frac{1}{8} < \frac{29}{224} < \frac{1}{7}$; **в)** $-3{,}6 \quad -3{,}651 \quad -3{,}7$; **г)** $\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$.

58. **а)** $0{,}7 < 0{,}79 < 0{,}8$. **б)** $6 < 6\frac{4}{5} < 7$; **в)** $-10 < -4{,}6 < 0$;
г) $-16 < m < -15$; **д)** $2{,}65 < k < 2{,}66$; **е)** $m < y < n$.

59. 

$b < a < c$.

60. **а)** 7,3 не больше x, или 7,3 меньше или равно x; **б)** y не меньше 0,83;
в) a не меньше –10,4; **г)** k не больше 0,5;
д) n не меньше 4,4 и не больше 6,1;
е) m не меньше 7,6 и не больше 20,8;
ж) a не меньше –5 и меньше –2; **з)** b не меньше x и не больше y.

61. **а)** Подставили вместо x данные значения и проверим неравенства.
Получаем: при $x = 2{,}7$: $x \le 5{,}3$ или $2{,}7 \le 5{,}3$ – верно;
при $x = 5{,}3$: $x \le 5{,}3$ или $5{,}3 \le 5{,}3$ – верно;
при $x = 6$: $x \le 5{,}3$ или $6 \le 5{,}3$ – неверно.
б) Подставим вместо y заданные значения и проверим неравенство.
Получаем: при $y = 3{,}5$: $y \ge 4{,}8$ или $3{,}5 \ge 4{,}8$ – неверно;
при $y = 4{,}8$: $y \ge 4{,}8$ или $4{,}8 \ge 4{,}8$ – верно;
при $y = 6$: $y \ge 4{,}8$ или $6 \ge 4{,}8$ – верно.
Заметим, что нестрогое неравенство верно тогда, когда верно или строгое неравенство или равенство.
в) Подставили вместо x данные значения и проверим неравенство.
Имеем: при $x = 0{,}5$: $0{,}6 < x \le 0{,}8$ или $0{,}6 < 0{,}5 \le 0{,}8$ – неверно;
при $x = 0{,}6$: $0{,}6 < x \le 0{,}8$ или $0{,}6 < 0{,}6 \le 0{,}8$ – неверно; т. к. левая часть $0{,}6 < 0{,}6$ неравенства не верна;

при $x = 0,7$: $0,6 < x \le 0,8$ или $0,6 < 0,7 \le 0,8$ – верно;
при $x = 0,8$: $0,6 < x \le 0,8$ или $0,6 < 0,8 \le 0,8$ – верно;
при $x = 0,9$: $0,6 < x \le 0,8$ или $0,6 < 0,9 \le 0,8$ – неверно; т. к. правая часть $0,9 \le 0,8$ неравенства не верна.

г) Подставили вместо y данные значения и проверим неравенство.
Получаем: при $y = 2,1$: $2,1 \le x$ J $2,4$ или $2,1 \le 2,1 \le 2,4$ – верно;
при $y = 2,2$: $2,1 \le x \le 2,4$ или $2,1 \le 2,2 \le 2,4$ – верно;
при $y = 2,3$: $2,1 \le x \le 2,4$ или $2,1 \le 2,3 \le 2,4$ – верно;
при $y = 2,4$: $2,1 \le x \le 2,4$ или $2,1 \le 2,4 \le 2,4$ – верно;
при $y = 2,5$: $2,1 \le x \le 2,4$ или $2,1 \le 2,5 \le 2,4$ – неверно; т. к. правая часть $2,5 \le 2,4$ неравенства не выполняется.

62. а) $x \le 8$; б) $y \ge 0$; в) $5 < a \le 7$; г) $-2 \le b < 1$.

63. а) $x < 0$; б) $m > 0$; в) $y \ge 0$; г) $z \le 0$

64. а) $11 \le x < 12$; б) $50 < y \le 100$; в) $350 < a < 400$; г) $-100 < b < -10$

65. $v_1 = \dfrac{700}{x}$; $v_2 = \dfrac{630}{y}$;

а) если $x = 12,5$; $y = 10,5$ $v_1 = 56$; $v_2 = 60$; $v_1 < v_2$;
б) если $x = y = 14$ $v_1 = 50$; $v_2 = 45$; $v_1 > v_2$.

66. а) Для начала найдем 1% числа 200. Для этого разделим 200 на 100, получаем, что 1% равен 2. Чтобы определить, сколько процентов составляет 8 от числа 200, надо поделить 8 на 2. Имеем, что число 8 составляет 4% от числа 200.
б) $14 - 100\%$; $2,1 - x\%$; $x = 15\%$;
в) $6,6 - 100\%$; $0,363 - x\%$; $x = 5,5\%$;
г) $8,5 - 100\%$; $10,2 - x\%$; $x = 120\%$.

67. $1600 - 100\%$; $1200 - x\%$
$x = 75\%$ – осталось на комбинате;
$100\% - 75\% = 25\%$ – на столько сократили работников на комбинате.

68. а) $37,6 - 5,84 + 3,95 - 8,9 = 41,55 - 14,74 - 26,81$;
б) $81 - 45,34 + 19,6 + 21,75 = 122,35 - 45,34 = 77,01$;
в) $17,1 \cdot 3,8 : 4,5 \cdot 0,5 = 64,98 : 4,5 \cdot 0,5 = 14,44 \cdot 0,5 = 7,22$;
г) $81,9 : 4,5 : 0,28 \cdot 1,2 = 18,2 : 0,28 \cdot 1,2 = 65 \cdot 1,2 = 78$.

69. а) $x + ab$; б) $\dfrac{a}{b-c}$; в) $(x + a) \cdot (x - b)$.

§ 2. Преобразование выражений

70. а) Переместительное свойство сложения;
б) переместительное свойство умножения;

в) сочетательное свойство сложения;
г) распределительное свойство.

71. а) $3,17 + 10,2 + 0,83 + 9,8 = 4 + 20 = 24$;
б) $4,11 + 15,5 + 0,89 + 4,4 = 5 + 19,9 = 24,9$;
в) $15,21 - 3,9 - 4,7 + 6,79 = 22 - 8,6 = 13,4$;
г) $-4,27 + 3,8 - 5,73 - 3,3 = -10 + 0,5 = -9,5$.

72. а) $8,91 + 25,7+1,09 = 10 + 25,7 = 35,7$;
б) $6,64 + 7,12 + 2,88 = 6,64 +10 = 16,64$;
в) $7,15 - 9,42 + 12,85 - 0,58 = 20 - 10 = 10$;
г) $18,9 - 6,8 - 5,2 - 4,1 = 14,8 - 12 = 2,8$.

73. Используем перемеетительное и сочетательное свойство сложения

а) $5\frac{1}{8}+13\frac{3}{4}=(5+13)+\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{4}\right)=18\frac{7}{8}$;

б) $19\frac{5}{6}+10\frac{1}{3}=(19+10)+\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)=29\frac{7}{6}=30\frac{1}{6}$.

74. а) $5\frac{3}{4}-2\frac{1}{7}+1\frac{1}{4}-4\frac{6}{7}=7-7=0$; б) $8\frac{2}{3}-6\frac{3}{5}-2\frac{2}{5}+1\frac{7}{9}=9\frac{13}{9}-9=1\frac{4}{9}$.

75. а) $50 \cdot 1,34 \cdot 0,2 = 1,34 \cdot 10=13,4$; б) $-75,7 \cdot 0,5 \cdot 20 = -75,7 \cdot 10 = -757$;
в) $25 \cdot (-15,8) \cdot 4 = -15,8 \cdot 100 = -158$; г) $0,47 \cdot 0,4 \cdot 25 = 0,47 \cdot 10 = 4,7$

76. а) $3\frac{1}{8}\cdot 5=15\frac{5}{8}$; б) $2\frac{2}{5}\cdot 10=20+4=24$;

в) $7\cdot 2\frac{3}{7}=14+3=17$; г) $6\cdot 4\frac{5}{12}=24+2,5=26,5$.

77. а) $3,5 \cdot 6,8 + 3,5 \cdot 3,2 = 3,5 \cdot (6,8 + 3,2) = 3,5 \cdot 10 = 35$;
б) $12,4 \cdot 14,3 - 12,4 \cdot 4,3 = 12,4 \cdot (14,3 - 4,3) = 12,4 \cdot 10 = 124$.

78. а) $15,7 \cdot 3,09 + 15,7 \cdot 2,91 = 15,7 \cdot (3,09 + 2,91) = 15,7 \cdot 6 = 94,2$.
б) $4,03 \cdot 27,9 - 17,9 \cdot 4,03 = 4,03 \cdot (27,9 - 17,9) = 40,3$.

79. а) $24 \cdot 17 + 17 \cdot 6 = 17 \cdot (24 + 6) = 17 \cdot 30$; 30 е5, значит, $(17 \cdot 30)$ е5;
б) $34 \cdot 85 + 34 \cdot 36 = 34 \cdot (85 + 36) = 34 \cdot 121$; 121 е11, значит, $(34 \cdot 121)$ е11.

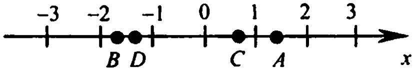
80. $5a + 10b$ – стоимость покупки.

81. $\frac{60t+50p}{t+p}$ – средняя скорость автомобиля.

82. $6\frac{1}{7}<6\frac{1}{5}<6,3$.

83. $B\,(-1,5)$; $C\,(-0,2)$; $D\,(0,6)$; $A\,(1,45)$.

84.



$A(1{,}4)$; $B(-1{,}7)$; $C(0{,}8)$; $D(1{,}2)$.

85. **а)** переместительное свойство сложения;
б) сочетательное свойство сложения;
в) переместительное свойство сложения;
г) распределительное свойство.

86. **а)** На основании переместительного свойства умножения можно утверждать, что тождественно равны выражения $a \cdot 25b$ и $25ab$.
б) На основании распределительного свойства сложения относительно умножения можно утверждать, что тождественно равны выражения $6 \cdot (x + y) + 4$ и $6x + 6y + 4$.
в) переместительное свойство сложения;
г) распределительное свойство.

87. **а)** да; **б)** да; **в)** вет; **г)** да.

88. **а)** Два выражения, соответственные значения которых равны при любых значениях переменных, называются тождественно равными. В нашем случае на основании переместительного закона сложения и умножения можно считать тождественно равными выражения $2 + 8ba$ и $8ab + 2$.
б) Эти выражения не являются тождественно равными. Это можно доказать, раскрыв скобки. Получаем: $2x + 7 = 2x + 14$ или $2x + 7 = (2x + 7) + 7$. Видно, что правая часть на семь единиц больше левой. Поэтому данное равенство не является тождеством.

89. **а)** распределительное; **б)** распределительное.

90. **а)** $a \cdot 0 = 0$; **б)** $a + (-a) = 0$; **в)** $a \cdot b = (-a) \cdot (-b)$; **г)** $a^2 = (-a)^2$.

91. **а)** $5x + 5 = 5 \cdot (x + 1)$ **б)** $x^2 + 2xy = x \cdot (x + 2y)$.

92. **а)** $5x + 4 = 5 \cdot (x + 2)$ – неверно при любом x;
б) $3x - 12 = 3 \cdot (x - 4)$ – верно при любом x.

93. **а)** $6 \cdot (x - y) = 6x - 6y$ – является тождеством;
б) $25 \cdot (a - a) = 25$ – не является тождеством;
в) $3a - 4 = a + (2a - 4)$ – является тождеством;
г) $0{,}3 \cdot 5a = 1{,}5ab$ – не является тождеством.

94. **а)** Раскроем скобки в левой части равенства: $x + (-x) + y = x - x + y = y$. Видим, что левая и правая части равны величине y и равны друг другу. Поэтому равенство является тождеством при всех значениях x и y.
б) $1 \cdot b + 2a = 2a + b$ – тождество;
в) $(-1) \cdot a + b = b - a$ – тождество; **г)** $5y - 15 = 5 \cdot (y - 2)$ – нет.

95. а) $\frac{3}{8}\cdot 2{,}4+\frac{2}{3}\cdot 0{,}15=0{,}9+0{,}1=1$; б) $2{,}08:\frac{2}{3}-0{,}15\cdot\frac{4}{5}=3{,}12-0{,}12=3$.

96. а) Подставим значения x и y в данное выражение и получим его значение. При $x = -2y = 1{,}6$ получаем: $x^2 - 5y == (-2)^2 - 5 \cdot 1{,}6 = 4 - 8 = -4$.

б) $a^2 - 3b$; если $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{6}$, то $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$.

97. $2a - 7$ и $3a + 4$; если $a = -20$, то $-47 > -56$;
если $a = -8$, то $-23 < -20$;
если $a = -6$, то $19 < -14$.

98. а) Воспользовавшись переместительным свойством умножения, получаем: $-6{,}2 \cdot a \cdot 5 = -6{,}2 \cdot 5 \cdot a = -31a$.
б) $4c \cdot (-1{,}25) = -5c$; в) $0{,}3x \cdot (-12y) = -3{,}6xy$; г) $-0{,}1b \cdot (-2{,}3c) = 0{,}23bc$.

99. а) $1{,}6 \cdot (-0{,}2n) = -0{,}32n$; б) $-6{,}4a \cdot (-5c) = 32ac$.

100. а) $7 \cdot (x - y)=7x - 7y$; б) $(a - 4b) \cdot 3 = 3a - 12b$;
в) $-23 \cdot (2a - 36 + 1) = -46a + 696 - 23$;
г) $1{,}5 \cdot (-3x + 4y - 5z) = 1{,}5 \cdot (-3x) + 1{,}5 \cdot 4y + 1{,}5 \cdot (-5z) = -4{,}5x + 6y - 7{,}5z$.

101. а) $1.2 \cdot (5 - a) = 6 - 1{,}2a$; б) $(m - 4x) \cdot (-6) = 24x - 6m$;
в) $2{,}5 \cdot (4x - 6y - 2) = 10x - 15y - 5$; г) $-0{,}1 \cdot (100a + 10b - c) = -10a - b + 0{,}1c$.

102. $2 \cdot (b - a) = -2 \cdot (a - b) = -2a + 2b = 2b - 2a$.

103. а) $5a + 27a - a = 31a$; б) $12b - 17b - b = -6b$;
в) $6x - 14 - 13x + 26 = (6 - 13)x + 26 - 14 = -7x + 12$;
г) $-8 - y + 17 - 10y = -11y + 9$.

104. а) $13a + 2b - 2a - b = 11a + b$; б) $41x - 58x + 6y - y = -17x + 5y$;
в) $-5{,}1a - 4b - 4{,}9a + b = -10a - 3b$; г) $7{,}5x + y - 8{,}5x - 3{,}5y = -x - 2{,}5y$.

105. а) $8x - 6y + 7x - 2y = 15x - 8y$; б) $27p + 14q - 16p - 3q =11p + 11q$;
в) $3{,}56 - 2{,}4c - 0{,}6c - 0{,}7b = 2{,}8b - 3c$; г) $1{,}6a + 4x - 2{,}8a - 7{,}5x = -1{,}2a - 3{,}5x$.

106. а) $x + (b + c + d - m) = x + b + c + d - m$; б) $a - (b - c - d) = a - b + c + d$;
в) $x + y - (b + c - m) = x + y - b - c + m$;
г) $x + (a - b) - (c + d) = x + a - b - c - d$.

107. а) $m + (a - k - b) = m + a - k - b$; б) $m - (a - k - b) = m - a + k + b$;
в) $x + a + (m - 2) = x + a + m - 2$; г) $a - (b - c) + (m + n) = a - b + c + m + n$.

108. а) $(x - y) - m = x - y - m$; б) $(a + b) - (c - d) = a + b - c + d$;
в) $-(m - n + 5) = -m + n - 5$; г) $-(2a - b) + (m - 1) = -2a + b + m - 1$.

109. а) $a + (b - (c - d)) = a + b - c + d$; б) $x - (y - (p + k)) = x - y + p + k$.

110. а) $5 - (a - 3) = 5 - a + 3 = 8 - a$; б) $7 + (12 - 2b) = 19 - 2b$;
в) $64 - (14 + 7x) = 50 - 7x$; г) $38 + (12p - 8) = 30 + 12p$.

111. **а)** $x + (2x + 0{,}5) = 3x + 0{,}5$; **б)** $3x - (x - 2) = 2x + 2$;
в) $4a - (a + 6) = 3a - 6$; **г)** $6b + (10 - 4{,}5b) = 1{,}5b + 10$.

112. **а)** $(5x - 1) - (2 - 8x) = 5x - 1 - 2 + 8x = 13x - 3$;
если $x = 0{,}75$, то $13 \cdot 0{,}75 - 3 = 9{,}75 - 3 = 6{,}75$;
б) $(6 - 2x) + (15 - 3x) = 6 - 2x + 15 - 3x - 21 - 5x$;
если $x = -0{,}2$, то $21 - 5 \cdot (-0{,}2) = 21 + 1 = 22$;
в) $12 + 7x - (1 - 3x) = 12 + 7x - 1 + 3x = 10x + 11$;
если $x = -1{,}7$, то $-1{,}7 \cdot 10 + 11 = -17 + 11 = -6$;
г) $37 - (x - 16) + (11x - 53) = 37 - x + 16 + 11x - 53 = 10x$;
если $x = 0{,}03$, то $-0{,}03 \cdot 10 = -0{,}3$.

113. **а)** $(x - 1) + (12 - 7{,}5x) = x - 1 + 12 - 7{,}5x = 11 - 6{,}5x$;
б) $(2p + 1{,}9) - (7 - p) = 2p + 1{,}9 - 7 + p = 3p - 5{,}1$;
в) $(3 - 0{,}4a) - (10 - 0{,}8a) = 3 - 0{,}4a - 10 + 0{,}8a = -7 + 0{,}4a$;
г) $b - (4 - 2b) + (3b - 1) = b - 4 + 2b + 3b - 1 = 6b - 5$;
д) $y - (y + 4) + (y - 4) = y - y - 4 + y - 4 = y - 8$;
е) $4x - (1 - 2x) + (2x - 7) = 4x - 1 + 2x + 2x - 7 = 8x - 8$.

114. $3 \cdot (a + 2) - 3a = 3a + 6 - 3a = 6$.

115. **а)** $3 \cdot (6 - 5x) + 17x - 10 = 18 - 15x + 17x - 10 = 8 + 2x$;
б) $8 \cdot (3y + 4) - 29y + 14 = 24y + 32 - 29y + 14 = -5y + 46$;
в) $7 \cdot (2z - 3) + 62 - 12 = 14z - 21 + 6z - 12 = 20x - 33$;
г) $2 \cdot (7{,}3 - 1{,}6a) + 3{,}2a - 9{,}6 = 14{,}6 - 3{,}2a + 3{,}2a - 9{,}6 = 5$;
д) $-5 \cdot (0{,}3b + 1{,}7) + 12{,}5 - 8{,}5 = -1{,}5b - 8{,}5 + 12{,}5 - 8{,}5b = -10b + 4$
е) $-4 \cdot (3{,}3 - 8c) + 4{,}8c + 5{,}2 = -13{,}2 + 32c + 4{,}8c + 5{,}2 = -8 + 36{,}8c$.

116. **а)** $0{,}6 \cdot (p - 3) + p + 2 = 0{,}6p - 1{,}8 + p + 2 = 1{,}6p + 0{,}2$;
если $p = 0{,}5$, то $1{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}8 + 0{,}2 = 1$;
б) $4 \cdot (0{,}5q - 6) - 14q + 21 = 2q - 24 - 14q + 21 = -12q - 3$;
если $q = \frac{1}{3}$, то $-12 \cdot \frac{1}{3} - 3 = -4 - 3 = -7$;
в) $-0{,}5 \cdot (3a + 4) + 1{,}9a - 1 = -1{,}5a - 2 + 1{,}9a - 1 = 0{,}4a - 3$;
если $a = -\frac{1}{4}$, то $0{,}4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 3 = -0{,}1 - 3 = -3{,}1$;
г) $10 \cdot (0{,}7 - 3b) + 14b + 13 = 7 - 30b + 14b + 13 = -16b + 20$;
если $b = -16$, то $-16 \cdot (-16) + 20 = 256 + 20 = 276$.

117. **а)** $3 \cdot (2m + 1) + 4m - 7 = 6m + 3 + 4m - 7 = 10m - 4$;
б) $-6\,(3n + 1) + 12n + 9 = -18n - 6 + 12n + 9 = -6n + 3$;
в) $5 \cdot (0{,}6 - 1{,}5p) + 8 - 3{,}5p = 3 - 7{,}5p + 8 - 3{,}5p = 11 - 11p$;
г) $0{,}2 \cdot (3a - 1) + 0{,}3 - 0{,}6a = 0{,}6a - 0{,}2 + 0{,}3 - 0{,}6a = 0{,}1$;
д) $0{,}9 \cdot (2b - 1) - 0{,}5b + 1 = 1{,}8b - 0{,}9 - 0{,}5b + 1 = 1{,}3b + 0{,}1$;
е) $-2{,}6 \cdot (5 - c) - c + 8 = -13 + 2{,}6c - c + 8 = -5 + 1{,}6c$.

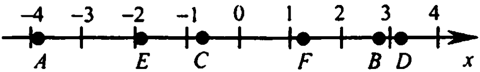
118. **а)** $12{,}6-\frac{1}{3}<12{,}6-\frac{1}{7}$; **б)** $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}>\frac{1}{6}-\frac{1}{5}$;

в) $3{,}7\cdot\frac{1}{3}<3{,}7:\frac{1}{3}$; **г)** $5{,}6 : 2{,}5 < 5{,}6 \cdot 2{,}5$.

119. Сначала найдем, на сколько штук в сутки увеличился выпуск станков. Имеем: $180 - 160 = 20$. Значит, теперь требуется найти, сколько процентов от 160 составляют эти 20 станков. Составим пропорцию: 160 станков – 100%; 20 станков – x%. Отсюда найдем x. Имеем:

$$x - \frac{20\cdot 100\%}{160} = 12{,}5\%.$$

120.



$A(-3{,}9)$; $B\left(2\frac{5}{6}\right)$; $C(-0{,}7)$; $D(3{,}2)$; $E\left(-1\frac{7}{8}\right)$; $F(1{,}25)$.

121. Подставим в данное выражение заданные значения a и b.
Получаем: $6a - 5b = 6 \cdot 2{,}35 - 5 \cdot (-0{,}24) = 14{,}1 + 1{,}2 = 15{,}3$.

§ 3. Уравнения с одной переменной

122. **а)** Для того, чтобы ответить на вопрос задачи, надо подставить значение 3 вместо x в левую и правую части уравнения и проверить равны ли они. Таким образом, подставляем и получаем: $5 \cdot (2 \cdot 3 - 1) = 8 \cdot 3 + 1$; $5 \cdot (6 - 1) = 24 + 1$; $5 \cdot 5 = 25$; $25 = 25$. Мы видим, что при $x = 3$ левая и правая части уравнения равны. Значит, $x = 3$ является корнем уравнения.
б) Для того, чтобы выяснить, является ли число 3 решением уравнения $(x - 4)(x + 4) = 7$, надо подставить это число в это уравнение и проверить равенство обеих частей уравнения. Подставляем и получаем: $(3 - 4) \cdot (3 + 4) = 7$; $-1 \cdot 7 = 7$; $-7 = 7$ – неверно. Значит, число 3 не является корнем уравнения.

123. **а)** $x^2 = 10 - 3x$; если $x = -2$, то $(-2)^2 = 10 - 3 \cdot (-2)$, $4 = 16$ – не верно;
если $x = -1$, то $(-1)^2 = 10 - 3 \cdot (-1)$, $1 = 11$ – не верно;
если $x = 0$, то $0^2 = 10 - 3 \cdot 0$, $0 = 10$ – не верно;
если $x = 2$, то $2^2 = 10 - 3 \cdot 2$, $4 = 4$ – верно;
если $x = 3$, то$3^2 = 10 - 3 \cdot 3$, $9 = 1$ – не верно.

Следовательно, только 2 является корнем этого уравнения;

б) $x \cdot (x^2 - 7) = 6$; если $x = -2$, то $(-2) \cdot ((-2)^2 - 7) = 6$, $6 = 6$;
если $x = -1$, то $(-1) \cdot ((-1)^2 - 7) =6$, $6 = 6$;
если $x = 0$, то $0 \cdot (0^2 - 7) = 6$; $0 \neq 6$;
если $x = 2$, то $2 \cdot (2^2 - 7) = 6$; $-6 \neq 6$;

если $x = 3$, то $3 \cdot (3^2 - 7) = 6$; $6 = 6$.

Следовательно, -1, -2, 3 – корни данного уравнения.

124. **а)** Для того, чтобы узнать является ли число 1 решением уравнения $x(x - 5) = 6$, надо подставить это число в уравнение. Подставляем и получаем: $1 \cdot (1 - 5) = 6$; $1 \cdot (-4) = 6$; $-4 = 6$. Мы видим, что равенство не выполняется. Значит, число 1 – не корень данного уравнения.

б) Напомним, что для того, чтобы выяснить, является ли данное число корнем уравнения, надо подставить его и убедиться, что обе части уравнения равны. Таким образом, получаем, подставив (-1) в исходное уравнение $-1 \cdot (-1 - 5) = 6$; $-1 \cdot (-6) = 6$; $6 = 6$. Равенство является верным, значит, можно сделать вывод, что число (-1) является корнем уравнения.

125. $x \cdot (x + 3) \cdot (x - 7) = 0$; если $x = 7$, то $7 \cdot 10 \cdot 0 = 0$, $0 = 0$ – верно
если $x = -3$, то $-3 \cdot 0 \cdot (-10) = 0$, $0 = 0$ – верно;
если $x = 0$, то $0 \cdot 3 \cdot (-7) = 0$; $0 = 0$ – верно.

Следовательно, 7; -3; 0 – корни данного уравнения.

126. Берем и подставляем сначала число 1,2 в данное уравнение. Получаем $(1{,}2)^2 = 1{,}44$. Для того, чтобы возвести число 1,2 во вторую степень, можно взять и перемножить это число само на себя столбиком. Имеем $(1{,}2)^2 = 1{,}44$. Получаем $1{,}44 = 1{,}44$. Это равенство является верным. Значит, число 1,2 является корнем уравнения. Аналогично проверяем число $(-1{,}2)$, помня, что при возведении отрицательного числа в четную степень, получаем положительное число. Таким образом, получаем: $(-1{,}2)^2 = 1{,}44$; $1{,}44 = 1{,}44$. Значит, $(-1{,}2)$ тоже является корнем уравнения.

127. **а)** $1{,}4 \cdot (y + 5) = 7 + 1{,}4y$; $1{,}4y + 7 = 7 + 1{,}4y$ – тождество, а оно справедливо при любых значениях y (по опр.), значит, решением данного уравнения является любое число;

б) $y - 3 = y$; $y - y = 3$; $0 \neq 3$, значит, данное уравнение корней не имеет.

128. **а)** $2x + 3 = 2x + 8$; $2x - 2x = 8 - 3$; $0 \neq 5$, уравнение корней не имеет;
б) $2y = y$; $2y = y$; $y = 0$.

129. **а)** $2x + 5 = 21$; **б)** $3x + 2 = 5x + 26$.

130. **а)** $|x| = 1$; $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, два корня; **б)** $|x| = 0$; $x = 0$, один корень;
в) $|x| = -5$; $|x| \geq 0$, корней нет; **г)** $|x| = 1{,}3$; $x_1 = 1{,}2$, $x_2 = -1{,}3$, два корня.

131. **а)** Воспользуемся следующим свойством: если обе части уравнения разделить на одно и то же число, отличное от нуля, то получится уравнение, равносильное данному. Таким образом, разделим первое уравнение на 7. Имеем: $7 \cdot (x - 3) = 49$; $x - 3 = \frac{49}{7}$; $x - 3 = 7$. Мы видим, что первое уравнение такое же, как и второе, значит, они равносильны.

б) Уравнения $\frac{2x}{3} = 9$ и $2x = 27$ равносильны, т.к. второе уравнение получается при умножении обеих частей первого на 9: $\frac{2x}{3} = 9\,|\cdot 9 \Rightarrow 2x = 27$.

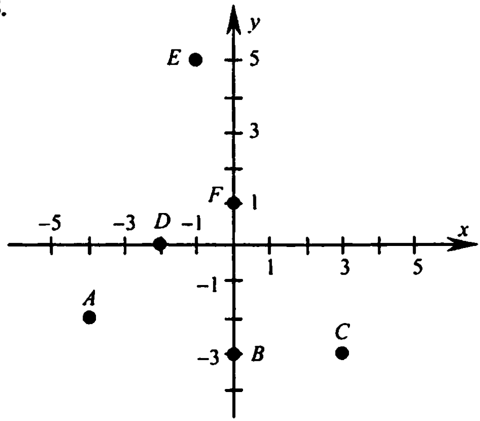
в) $2x - 7 = 0$ и $2x = 7$ равносильны, т.к. $2x - 7 = 0| + 7$ (к обеим частям равенства прибавляем 7) $\Rightarrow 2x = 7$.

132. **а)** $0{,}4 \cdot (7x - 2) - 1{,}6 + 1{,}7x = 2{,}8x - 0{,}8 - 1{,}6 + 1{,}7x = 4{,}5x - 2{,}4$;
б) $(1{,}2a - 4) + (40 - 4{,}8a) = 1{,}2a - 4 + 40 - 4{,}8a = 36 - 3{,}6a$;
в) $2{,}5 \cdot (4 - 3y) - y + 2{,}3 = 10 - 7{,}5y - y + 2{,}3 = 12{,}3 - 8{,}5y$;
г) $(14 - 3{,}6b) - (12 - 10{,}4b) = 14 - 3{,}6b - 12 + 10{,}4b = 2 + 6{,}8b$.

133. $8 \cdot (3 - 3{,}5m) - 20 + 23m = 24 - 28m - 20 + 23m = 4 - 5m$;
если $m = -2{,}5$,то $4 + 12{,}5 = 16{,}5$;
если $m = 1{,}2$, то $4 - 6 = -2$;
если $m = 40$; $4 - 200 = -196$.

134. $A(2; 4)$; $B(-3; 2)$; $C(-1; -5)$; $D(4; -4)$; $E(0; -2)$; $F(3; 0)$.

135.



136. **а)** Данное уравнение является линейным уравнением вида $ax = b$, где $a = 5$, $b = -60$. Оно имеет один корень, т. к. коэффициенты a и b отличны от нуля. Разделив обе части уравнения на 5, получаем: $5x = -60$; $x = \frac{-60}{5}$; $x = -12$. Корень уравнения равен (-12).

б) $-10x = 8$; $x = -0{,}8$; **в)** $7x = 9$; $x = 1\frac{2}{7}$; **г)** $6x = -50$; $x = -8\frac{1}{3}$;

д) $-9x = -3$; $x = \frac{1}{3}$; **е)** $0{,}5x = 1{,}2$; $x = 2{,}4$; **ж)** $0{,}7x = 0$; $x = 0$;

з) $-1{,}5x = 6$; $x = -4$; **и)** $42x = 13$; $x = \frac{13}{42}$.

137. **а)** $\frac{1}{3}x=12$; $x=36$; **б)** $\frac{2}{3}y=9$; $y=13{,}5$; **в)** $-4x=\frac{1}{7}$; $x=-\frac{1}{28}$;

г) $5y=-\frac{5}{8}$; $y=-\frac{1}{8}$; **д)** $\frac{1}{6}y=\frac{1}{3}$; $y=2$; **г)** $\frac{2}{7}x=0$; $x=0$.

138. **а)** Перенесем слагаемое (–150) в правую часть уравнения. Имеем линейное уравнение, имеющее один корень, т. к. коэффициенты отличны от нуля. Таким образом, получаем: $5x-150=0$; $5x=150$; $x=\frac{150}{5}$; $x=30$.

Корень уравнения равен 30.

б) $48-3x=0$; $3x=48$; $x=16$; **в)** $-1{,}5x-9=0$; $-15x=9$; $x=-6$;
г) $12x-1=35$; $12x=36$; $x=3$; **д)** $-x+4=47$; $-x=43$; $x=-43$;
е) $1{,}3x=54+x$; $0{,}3x=54$; $x=180$; **ж)** $7=6-0{,}2x$; $-0{,}2x=1$; $x=-5$;
з) $0{,}15x+6=51$; $0{,}15x=45$; $x=300$; **и)** $-0{,}7x+2=65$; $-0{,}7x=63$; $x=-90$.

139. **а)** $2x+9=13-x$; $3x=4$; $x=1\frac{1}{3}$;

б) Перенесем слагаемое ($-11y$) в левую часть уравнения, а 14 – в правую. Получаем линейное уравнение, имеющее один корень. Имеем: $14-y=19-11y$; $11y-y=19-14$; $10y=5$. Поделим левую и правую части уравнения на 10, получаем $10y=5$; $y=\frac{5}{10}$. Сократим числитель и знаменатель на 5. Имеем: $y=\frac{5}{10}$; $y=\frac{1}{2}$. Корень уравнения $y=\frac{1}{2}$.

в) Перенесем слагаемое ($-3a$) в левую часть данного уравнения, а 11 – в правую, Получаем: $0{,}5a+11=4-3a$; $0{,}5a+3a=4-11$; $3{,}5a=-7$. Поделим левую и правую части уравнения на 3,5. Имеем: $3{,}5a=-7$ или $a=\frac{-7}{35}$; $a=-2$. Корень данного уравнения: $a=-2$.

г) Перенесем слагаемое ($-n$) в левую часть данного уравнения, а 1 – в правую. Имеем: $1{,}2n+1=1-n$; $1{,}2n+n=1-1$; $2{,}2n=0$. Поделим обе части этого уравнения на число 2,2. Имеем: $n=\frac{0}{2{,}2}=0$. Значит, данное линейное уравнение имеет корень $n=0$.

д) Перенесем слагаемое $1{,}7m$ в левую часть данного уравнения, а 1,7 – в правую. Получаем: $1{,}7-0{,}3m=2+1{,}7m$ или $-0{,}3m-1{,}7m=2-1{,}7$; $-2m=0{,}3$. Поделим обе части этого уравнения на число (–2). Имеем: $m=\frac{0{,}3}{-2}=-\frac{3}{20}=-0{,}15$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $m=-0{,}15$.

е) Перенесем слагаемое ($-1{,}6x$) в левую часть данного уравнения, а 14 – в правую. Получим: $0{,}8x + 14 = 2 - 1{,}6x$; $0{,}8x + 1{,}6x = 2 - 14$; $2{,}4x = -12$.

Теперь поделим обе части уравнения на 2,4. Имеем: $x = \frac{-12}{2{,}4} = -5$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $x = -5$.

ж) Перенесем слагаемое $\frac{1}{3}p$ в левую часть этого уравнения, а 15 – в правую. Получаем: $15 - p = \frac{1}{3}p - 1$; $-p - \frac{1}{3}p = -1 - 15$; $-1\frac{1}{3}p = -16$; $-\frac{4}{3}p = -16$. Теперь поделим обе части уравнения на число $-\frac{4}{3}$. Получаем: $p = \frac{-16}{-\frac{4}{3}} = \frac{16}{\frac{4}{3}} = \frac{16}{1} : \frac{4}{3} = \frac{16 \cdot 3}{4} = 12$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $p = 12$.

з) Перенесем слагаемое $\frac{1}{3}x$ в левую часть этого уравнения, а 4 – в правую. Имеем: $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1$; $1\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}x = 1 - 4$; $x = -3$. Значит, данное линейное уравнение имеет корень $x = -3$.

и) Приведем подобные слагаемые в левой части этого уравнения. Получаем: $z - \frac{1}{2}z = 0$ или $\frac{1}{2}z = 0$. Разделим обе части уравнения на $\frac{1}{2}$. Имеем: $z = 0$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $z = 0$.

к) Приведем подобные слагаемые в левой части данного уравнения. Получаем: $x - 4x = 0$ или $-3x = 0$. Теперь разделим обе части этого уравнения на (-3). Имеем: $x = 0$. Таким образом, корень данного уравнения – $x = 0$.

л) $x = -x$; $2x = 0$; $x = 0$;

м) Перенесем слагаемое $5y$ в правую часть. Имеем: $5y = 6y$ или $0 = 6y - 5y$ или $0 = y$. Это линейное уравнение вида $ax = b$, где $a = 1$, $b = 0$. Таким образом, $y = 0$ – корень данного уравнения.

140. а) $3x - 8 = x + 6$; $2x = 14$; $x = 7$; б) $7a - 10 = 2 - 4a$; $11a = 12$; $1\frac{1}{11}$;

в) $\frac{1}{6}y - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}y$; $\frac{4}{6}y = 3\frac{1}{2}$; $y = 5\frac{1}{4}$; г) $2{,}6 - 0{,}2b = 4{,}1 - 0{,}5b$; $0{,}3b = 1{,}5$; $b = 5$;

д) $p - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}p$; $\frac{1}{2}p = \frac{5}{8}$; $p = 1\frac{1}{4}$; е) $0{,}8 - y = 3{,}2 + y$; $-1{,}4 = 2y$; $y = -1{,}2$;

ж) $\frac{2}{7}x=\frac{1}{2}$; $x=\frac{7}{4}$; $x=1\frac{3}{4}$; з) $2x-0{,}7x=0$; $1{,}3x=0$; $x=0$.

141. а) $(y+4)-(y-1)=6y$; $y+4-y+1-6y=0$; $-6y=-5$; $y=\frac{5}{6}$;

б) $3p-1-(p+3)=1$; $3p-1-p-3=1$; $2p=5$; $p=2{,}5$;

в) $6x-(7x-12)=101$; $6x-7x+12=101$; $-x=89$; $x=-89$;

г) $20x=19-(3+12x)$; $20x=19-3-12$; $32x=16$; $x=\frac{1}{2}$.

142. а) $(13x-15)-(9+6x)-3x$; $13x-15-9-6x+3x=0$; $10x=24$; $x=2{,}4$.

б) Сначала раскроем скобки в обеих частях уравнения. Получаем: $12-(4x-18)=(36+4x)+(18-6x)$ или $12-4x+18=36+4x+18-6x$. Упростим левую и правую части уравнения, приведя подобные слагаемые. Имеем: $12+18-4x=36+18+4x-6x$ или $30-4x=54-2x$. Перенесем слагаемое $(-4x)$ в правую часть уравнения, а 54 – в левую. Получим: $30-54=4x-2x$; $-24=2x$. Поделим обе части уравнения на 2.

Имеем: $\frac{-24}{2}=x$; $x=-12$ – корень уравнения.

в) $1{,}6x-(x-2{,}8)=(0{,}2x+1{,}5)-0{,}7$; $1{,}6x-x+2{,}8=0{,}2x+0{,}8$; $0{,}4x=-2$; $x=-5$.

г) Раскроем скобки, учитывая знаки, стоящие перед скобками. Получаем: $(0{,}5x+1{,}2)-(3{,}6-4{,}5x)=(4{,}8-0{,}3x)+(10{,}5x+0{,}6)$ или $0{,}5x+1{,}2-3{,}6+4{,}5x=4{,}8-0{,}3x+10{,}5x+0{,}6$. Преобразуем обе части: $5x-2{,}4=5{,}4+10{,}2x$. Перенесем слагаемое $10{,}2x$ в левую часть, а $(-2{,}4)$ – в правую часть уравнения. Таким образом, получаем: $5x-10{,}2x=5{,}4+2{,}4$; $-5{,}2x=7{,}8$. Разделим обе части уравнения на $(-5{,}2)$ и получим:

$x=\frac{7{,}8}{-5{,}2}=-1{,}5$ – корень уравнения.

143. а) Раскроем скобки в данном уравнении. Имеем: $5x+3x-3=6x+11$. Перенесем слагаемое $6x$ в левую часть уравнения, а слагаемое (-3) – в правую. Получаем: $5x+3x-6x=11+3$. Приведя подобные члены, найдем: $2x=14$. Разделим обе части данного уравнения на 2. Имеем: $x=7$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $x=7$.

б) Сначала раскроем скобки в левой части данного уравнения. Получаем: $3a-(10+5a)=54$; $3a-10-5a=54$. Перенесем слагаемое (-10) в правую часть этого уравнения и приведем в обеих частях уравнения подобные члены. Имеем: $3a-10-5a=54$ или $3a-5a=54+10$ или $-2a=64$. Разделим обе части уравнения на (-2) и найдем a: $a=-32$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $a=-32$.

в) Раскроем скобки в левой части данного уравнения. Имеем: $(x-7)-(2x+9)=-13$ или $x-7-2x-9=-13$. Приведем в левой части уравнения подобные члены. Получаем: $-x-16=-13$. Далее перенесем слагаемое (–16) в правую часть уравнения и приведем в правой части подобные члены: $-x - 16 = -13$ или $-x = -13 + 16$; $-x = 3$. Теперь поделим обе части данного уравнения на (–1). Имеем: $x = -3$. Таким образом, данное линейное уравнение имеет корень $x = -3$.

г) Раскроем скобки в левой части этого уравнения и приведем подобные члены. Имеем: $0{,}6 + (0{,}5y - 1) = y + 0{,}5$; $0{,}6 + 0{,}5y - 1 = y + 0{,}5$; $0{,}5y - 0{,}4 = y + 0{,}5$. Перенесем слагаемое y в левую часть уравнения, а (–0,4) – в правую. Затем приведем подобные члены. Имеем: $0{,}5y - 0{,}4 = y + 0{,}5$; $0{,}5y - y = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}5y = 0{,}9$. Разделим обе части уравнения на (–0,5). Получаем: $y = \frac{0{,}9}{-0{,}5} = -\frac{9}{5} = -1{,}8$.

144. а) Для того, чтобы выяснить, при каком значении переменной значение выражения $(8b - 27)$ равно 5, надо приравнять это выражение к 5 и решить получившееся уравнение: $8b - 27 = 5$. Перенесем (–27) в правую часть и поделим обе части на 8. Имеем: $8b = 5 + 27$; $8b = 32$; $b = \frac{32}{8}$;

$b = 4$ – корень исходного уравнения. Значит, при $b = 4$ значение выражения $(8b - 27)$ равно 5.

б) $8b - 27 = -11$; $8b = 16$; $b = 2$;

в) Так как $(2x + 1)$ на 20 больше $(8x + 5)$, то можем записать это условие: $2x + 1 - (8x + 5) = 20$. Раскроем скобки с учетом знаков. Получаем: $2x + 1 - 8x - 5 = 20$. Преобразуем левую часть $-6x - 4 = 20$. Перенесем (–4) в правую часть уравнения и поделим обе части уравнения на (–6). Получаем: $-6x = 20 + 4$ или $-6x = 24$ или $x = \frac{24}{-6}$; $x = -4$. Таким образом, $x = -4$ удовлетворяет условию данной задачи.

г) $8b - 21 = -1$; $8b = 26$; $b = 3{,}25$.

145. а) $2m - 13 = m + 3$; $m = 16$; б) $(1 - c) - (3 - 5c) = 1$; $1 - c - 3 + 5c = 1$; $4c = 3$; $c = \frac{3}{4}$;

в) $(2x + 1) - (8x + 5) = 20$; $2x + 1 - 8x - 5 = 20$; $-6x = 24$; $x = -4$;

г) $3x = 45 - 10x$; $13x = 45$; $x = 3\frac{6}{13}$; д) $9 - y = 2y$; $3y = 9$; $y = 3$.

146. а) $5y + 3 = 36 - y$; $6y = 33$; $y = 5{,}5$; б) $7y - 2 - 2y = 10$; $5y = 12$; $y = 24$;
в) $(9{,}3y - 25) - (1{,}7y + 37) = 14$; $9{,}3y - 25 - 1{,}7y - 37 = 14$; $7{,}6y = 76$; $y = 10$.

147. а) $2x + 5 = 2 \cdot (x + 1) + 11$; $2x + 5 = 2x + 2 + 11$; $0 \cdot x = 7$ – нет решения;
б) $5 \cdot (2y + 4) = 2 \cdot (5y - 10)$; $10y + 20 = 10y - 20$; $0 \cdot y = 40$ – нет решения;
в) $3y - (y - 19) = 2y$; $2y + 19 = 2y$; $0 \cdot y = 19$ – нет решения;
г) $6x = 1 - (4 - 6x)$; $6x = -3 + 6x$; $0 \cdot x = -3$ – нет решения.

148. **а)** $15 \cdot (x + 2) - 30 = 12x$; $15x + 30 - 30 = 12x$; $3x = 0$; $x = 0$;

б) $6 \cdot (1 + 5x) = 5 \cdot (1 + 6x)$; $6 + 30x = 5 + 30x$; $0 \cdot x = 1$ – нет решения;

в) $3y + (y - 2) = 2 \cdot (2y - 1)$; $3y + y - 2 = 4y - 2$; $0 \cdot y = 0$; y – любое число;

г) $6y - (y - 1) = 4 + 5y$; $6y - y + 1 = 4 + 5y$; $y \cdot 0 = 3$ – нет решения.

149. **а)** $5 \cdot (3x + 1{,}2) + x = 6{,}8$; $15x + 6 + x = 6{,}8$; $16x = 0{,}8$; $x = \frac{1}{20}$;

б) $4 \cdot (x + 3{,}6) = 3x - 1{,}4$; $4x + 14{,}4 = 3x - 1{,}4$; $x = -15{,}8$;

в) $13 - 4{,}5y - 2 \cdot (3{,}7 - 0{,}5y)$; $13 - 4{,}50 = 7{,}4 - y$; $-3{,}5y = -5{,}6$; $y = 1{,}6$;

г) $5{,}6 - 7y = -4 \cdot (20 - 0{,}9) + 2{,}4$; $5{,}6 - 7y = -8y + 3{,}6 + 2{,}4$; $y = 6 - 5{,}6$; $y = 0{,}4$.

150. **а)** $0{,}4x + 3 = 0{,}2 \cdot (3x + 1) - x$; $0{,}4x + 3 = 0{,}6x + 0{,}2 - x$; $0{,}8x = -2{,}8$; $x = -3{,}5$;

б) $3{,}4 - 0{,}6x = 2x - (0{,}4x + 1)$; $3{,}4 - 0{,}6x = 2x - (0{,}4x + 1)$; $3{,}4 - 0{,}6x = 1{,}6x - 1$; $-2{,}2 = -4{,}4$; $x = 2$;

в) $0{,}8x - (0{,}7x + 0{,}36) = 7{,}1$; $0{,}8x - 0{,}7x - 0{,}36 = 7{,}1$; $0{,}1x = 7{,}46$; $x = 74{,}6$;

г) $x - 0{,}5 = 2 \cdot (0{,}3x - 0{,}2)$; $x - 0{,}5 = 0{,}6x - 0{,}4$; $0{,}4x = 0{,}1$; $x = \frac{1}{4}$.

151. **а)** $6 \cdot (x - 1) = 9{,}4 - 1{,}7x$; $6x - 6 = 9{,}4 - 1{,}7x$; $7{,}7x = 15{,}4$;

б) $3{,}5 - 9a = 2 \cdot (0{,}5a - 4)$; $3{,}5 - 9a = a - 8$; $-10a = -11{,}5$; $a = 1{,}15$;

в) $3 \cdot (2{,}4 - 1{,}1m) = 2{,}7m + 3{,}2$; $7{,}2 - 3{,}3m = 2{,}7m + 3{,}2$; $-6m = -4$; $m = \frac{2}{3}$;

г) $-3 \cdot (y + 2{,}5) = 6{,}9 - 4{,}2y$; $-3y - 7{,}5 = 6{,}9 - 4{,}2y$; $1{,}2y = 14{,}4$; $y = 12$;

д) $0{,}5y + 7 = 5 \cdot (0{,}2 + 1{,}5y)$; $0{,}5y + 7 = 1 + 7{,}5y$; $-7y = -6$; $y = \frac{6}{7}$;

е) $4 \cdot (x - 0{,}8) = 3{,}8x - 5{,}8$; $4x - 3{,}2 = 3{,}8x - 5{,}8$; $0{,}2x = -2{,}6$; $x = -13$.

152. **а)** $7 \cdot (x - 8{,}2) = 3x + 19$; $7x - 57{,}4 = 3x + 19$; $4x = 76{,}4$; $x = 19{,}1$;

б) $0{,}2 \cdot (5x - 6) + 2x = -0{,}8$; $x - 1{,}2 + 2x = 0{,}8$; $3x = 2$; $x = \frac{2}{3}$;

в) $-(7y + 0{,}6) = 3{,}6 + 0{,}6$; $-7y + y = 3{,}6 + 0{,}6$; $-6y = 4{,}2$; $y = -0{,}7$;

г) $3 \cdot (2{,}5 - 2x) = 13{,}5 - 14x$; $7{,}5 - 6x = 13{,}5 - 14x$; $8x = 6$; $x = \frac{3}{4}$;

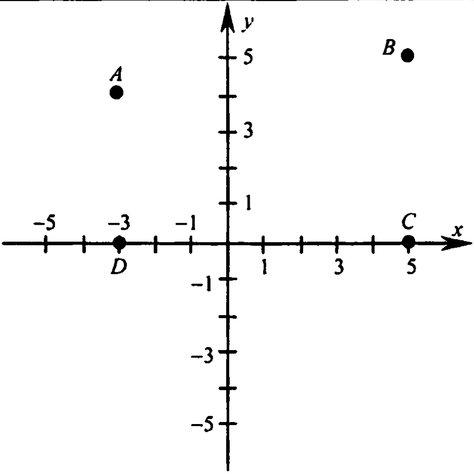
д) $0{,}6y - 1{,}5 = 0{,}3 \cdot (y - 4)$; $0{,}6y - 0{,}3y = 1{,}5 - 1{,}2$; $0{,}3y = 0{,}3$; $y = 1$;

е) $0{,}5 \cdot (4 - 2a) = a - 1{,}8$; $2 - a = a - 1{,}8$; $-2a = -3{,}8$; $a = 1{,}9$.

153. **а)** $-5 < y < 2$; $y = -4; -3; -2; -1; 0; 1$; **б)** $28 \le y \le 31{,}2$; $y = 28; 29; 30; 31$.

154. **а)** $7{,}8 < 7{,}81 < 7{,}9$; **б)** $\frac{1}{3} < \frac{7}{24} < \frac{1}{4}$; **в)** $-0{,}3 < 0{,}35 < -0{,}4$; **г)** $\frac{2}{3} < \frac{17}{24} < \frac{3}{4}$.

155.



156. а) Сначала упростим данное выражение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $6{,}8c-(3{,}6c+2{,}1)=6{,}8c-3{,}6c-2{,}1=3{,}2c-2{,}1$. Теперь подставим в это выражение данное значение $c=2{,}5$ и найдем его значение. Имеем: $3{,}2c-2{,}1=3{,}2\cdot 2{,}5-2{,}1=5{,}9$.

б) Сначала данное выражение нужно упростить. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $4{,}4-(9{,}6-1{,}2m)=4{,}4-9{,}6+1{,}2m=$ $=-5{,}2+1{,}2m$. Теперь подставим в это выражение заданное значение $m=-3{,}5$ и найдем его значение. Имеем: $-5{,}2+1{,}2m=-5{,}2+1{,}2\cdot(-3{,}5)=$ $=-5{,}2-4{,}2=-9{,}4$.

157. Пусть в первой кассе кинотеатра было продано x билетов. Тогда в другой кассе продали на 86 билетов больше, т. е. $(x+86)$ билетов. Известно, что всего было продано 792 билета. Отсюда получаем уравнение: $x+(x+86)=$ $=792$. Решим это линейное уравнение. Раскроем скобки и приведем в данном уравнении подобные члены. Имеем: $x+(x+86)=792$ или $x+x+$ $+86=792$ или $2x+86=792$ или $2x=792-86$ или $2x=706$. Разделим обе части этого уравнения на 2. Получаем: $x=\frac{706}{2}=353$ (билета). Таким образом, в первой кассе было продано 353 билета. Найдем, сколько билетов было продано в другой кассе: $x+86=353+86=439$ (билетов).

158. Запишем первое условие задачи. Примем стороны треугольника за a, b, c. Так как две стороны равны между собой, то пусть $a=b=x$ (см), а третья сторона c на 2,9 см меньше этих двух, значит $c=x-2{,}9$. Так как известно, что периметр треугольника равен 16 см, то имеем: $x+x+x-$ $-2{,}9=16$. Упростим, приведя подобные слагаемые, а $(-2{,}9)$ перенесем в правую часть уравнения. Получаем: $3x = 18{,}9$. Поделим обе части уравнения на 3, тогда $x = \frac{18{,}9}{3}$, т. е. $x = 6{,}3$ (см) – первая и вторая стороны треугольника, а третья равна $(x - 2{,}9)$, т. е. $6{,}3 - 2{,}9 = 3{,}4$ см.

Ответ: 6,3 см; 6,3 см; 3,4 см.

159. Пусть I рабочий изготовил x деталей, тогда II рабочий изготовил $(x + 8)$ деталей. $x + x + 8 = 86$; $2x = 78$; $x = 39$. 39 дет. – изготовил I рабочий, 47 дет. – II рабочий.

160. I ц. – x человек; II ц. – $(x + 70)$ человек; III ц. – $(x + 70 + 84)$ человек, всего 1274 человек.
$x + x + 70 + x + 154 = 1274$; $3x + 224 = 1274$; $3x = 1050$; $x = 350$.
350 человек в I цехе; 420 человек во II цехе; 504 человек в III цехе.

161. Свитер – $5x$ г шерсти; шапка – x г шерсти; шарф – $(x - 5)$ г шерсти, всего 555 г; $5x + x + x - 5 = 555$; $7x = 560$; $x = 80$.
80 г шерсти пошло на шапку, 400 г шерсти – на свитер; 75 г шерсти – на шарф.

162. I полка – x книг; II полка – $(x + 8)$ книг; III полка – $(x - 5)$ книг; всего 158 книг $x + x + 8 + x - 5 = 158$; $3x + 3 = 158$; $3x = 155$; $x = 51\frac{2}{3}$.

Т.к. $51\frac{2}{3}$ книги поставить на полку нельзя, значит, разместить о 158 книг на трех полках, как предлагают, невозможно.

163. Пусть x банок – в третьем ящике, тогда во втором на 4 банки меньше, чем в третьем, то есть $(x - 4)$, а в первом на 9 банок меньше, чем в третьем, то есть $(x - 9)$. Так как всего 59 банок, то можем составить уравнение: $x + x - 4 + x - 9 = 59$. Упростим, приведя подобные слагаемые: $3x - 13 = 59$. Перенесем(-13) в правую часть уравнения и поделим обе части уравнения на 3. Имеем: $3x = 59 + 13$ или $3x = 72$ или $x = 24$. Мы получили целое число банок в третьем ящике, значит, можно сделать вывод, что 59 банок можно разложить в 3 ящика: в первый 15 банок, во второй – 20 банок и в третий 24 банки.

164.

	Было	Пересадили	Посадили	Стало	
I участок	$5x$ кустов	22 куста		$(5x - 22)$ кустов	поровну
II участок	x кустов		22 куста	$(x + 22)$ кустов	

$5x - 22 = x + 22$; $4x = 44$; $x = 11$ – кустов малины было на II участке, тогда 55 кустов – на I участке.

165. Пусть собственная скорость теплохода будет равна x км/ч. Тогда скорость теплохода по течению равна $(x + 2)$ км/ч, а путь, пройденный теплоходом за 9 ч по течению, будет равен: $9(x + 2)$ км. Скорость теплохода против течения равна $(x - 2)$ км/ч. Тогда за 11 ч против течения теплоход проходит расстояние: $11(x-2)$ км. По условию, расстояние, пройденное теплоходом по течению, равно расстоянию, пройденному теплоходом против течения, т. е. $9(x+2)=11(x-2)$. Решим полученное уравнение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $9(x+2)=11(x-2)$; $9x+18=11x-22$; $11x-9x=18+22$; $2x=40$. Разделим обе части уравнения на 2. Получаем: $x=20$ (км/ч).

166. Пусть первоначально скорости обеих машин равны x км/ч. Тогда после изменения скоростей машин их скорости будут равны, соответственно, $(x+10)$ км/ч и $(x-10)$ км/ч. За 2 ч первая машина пройдет расстояние, равное $2(x+10)$ км, а вторая за 3 ч путь $3(x-10)$ км. Известно, что расстояния, пройденные машинами, равны. Получаем уравнение: $2(x+10)=3(x-10)$. Решим это уравнение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $2(x+10)=3(x-10)$; $2x+20=3x-30$; $3x-2x=30+20$; $x=50$ (км/ч).

167.

	Было	Уменьшили на	Стало	
I бригада	$2x$ чел.	5 чел.	$(2x-5)$ чел.	на 7 чел. больше
II бригада	x чел.	2 чел.	$(x-2)$ чел.	

$(2x-5)-(x-2)=7$; $2x-5-x+2=7$; $x=10$; 10 чел. было во II бригаде, 20 чел. – в I бригаде.

168. Пусть в первой бригаде x людей, тогда во второй в 4 раза больше, чем в первой, то есть $4x$ людей. Так как из второй бригады ушло 6 человек, а 12 перевели в первую, то там осталось $4x-6-12=4x-18$, а в первой соответственно стало $(x+12)$. Так как сказано, что после этого в бригадах людей стало поровну, то получаем: $4x-18=x+12$. Перенесем x в левую часть уравнения, а 18 в правую. Имеем: $4x-x=18+12$ или $3x=30$. Поделим на 3 обе части уравнения, тогда $x=10$. Значит, в первой бригаде было 10 человек.

169. Пусть x – число, записанное на доске, тогда $x+23=7\cdot(x-1)$; $x+23=7x-7$; $6x=30$; $x=5$ – число, записанное на доске.

170.

	Было	Уменьшили на	Стало	
корзина	x кг	2 кг	$(x+2)$ кг	на 0,5 кг больше
ящик	$2x$ кг		$2x$ кг	

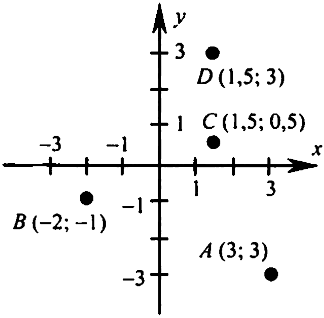
$x+2-2x=0{,}5$; $-x=-1{,}5$; $x=1{,}5$; 1,5 кг винограда было в корзине.

171. I арбуз – x кг; II арбуз – $(2+x)$ кг; III арбуз – $5x$ кг; т.к. $(x+5x)$ кг в 3 раза тяжелее $(x+2)$ кг, то $x+5x=3\cdot(x+2)$; $6x=3x+6$; $x=2$; 2 кг – I арбуз, 4 кг – II арбуз, 10 кг – III арбуз.

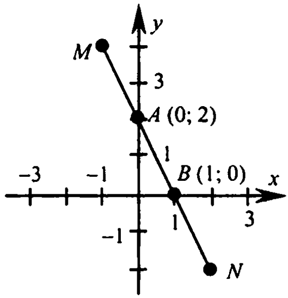
172. Пусть x тракторов осталось в колхозе, тогда $(x+12)$ тракторов было в колхозе. Т.к. было в 1,5 раза больше тракторов, чем стало, то $x+12=1{,}5x$; $0{,}5x=12$; $x=24$; 24 трактора осталось в колхозе.

173. Пусть x кг сахара взяли из I машины, тогда $3x$ кг сахара взяли из II машины, $(50 - x)$ кг сахара осталось в I машине, $(50 - 3x)$ кг сахара осталось во II машине. Т.к. во II машине осталось в 2 раза меньше, чем в I машине, то $2 \cdot (50 - 3x) = 50 - x$; $100 - 6x = 50 - x$; $50 = 5x$; $x = 10$;
10 кг сахара взяли из I машины, 30 кг сахара – из II машины, тогда 40 кг – осталось в I машине, 20 кг – осталось во II машине.

174.



175.



176. **а)** $19{,}6 \cdot 2\frac{1}{5} + \left(5{,}25 \cdot 1\frac{1}{5} - 4{,}5 \cdot \frac{4}{5}\right) = 43{,}12 + 6{,}3 - 3{,}6 = 49{,}42 - 3{,}6 = 45{,}82$;

б) $\left(3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{3} \cdot 2{,}4 = 1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7} - 2{,}4 - 0{,}8 = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{15} - 3{,}2 = 0{,}7 - 3{,}2 = -2{,}5$.

177. $-0{,}5 \cdot (7b - 12a) - (8{,}4a - 14b) = -3{,}5b + 6a - 8{,}4a + 14b = -2{,}4a + 10{,}5b$;
если $a = -10$; $b = -6$, то $-2{,}4 \cdot (-10) + 10{,}5 \cdot (-6) = 24 - 63 = -39$.

178. **а)** Для начала перемножим столбиком числа 3,52 и 1,7 и получим 5,984. В результате при перемножении: $-3{,}52 \cdot 1{,}7 = -5{,}984$. Это число отрицательное, а, следовательно, меньше нуля, значит и $-3{,}52 \cdot 1{,}7 < 0$.

б) $(-2{,}86) : (-0{,}9) > 0$; **в)** $42\frac{3}{7} - 53\frac{2}{3} < 0$; **г)** $\dfrac{1 - 2\frac{1}{3}}{1 + 2\frac{1}{3}} < 0$.

Дополнительные упражнения к главе I

179. **а)** $\frac{3}{8} : \left(-\frac{9}{16}\right) = -\frac{3 \cdot 16}{8 \cdot 9} = -\frac{2}{3}$; **б)** $\frac{37}{63} \cdot (-21) = -\frac{37}{3} = -12\frac{1}{3}$; **в)** $-\frac{1}{3} : 4 = -\frac{1}{12}$;

г) $\frac{4}{7} \cdot (-4{,}9) = -2{,}8$; **д)** $(-0{,}15) \cdot \frac{2}{3} = -0{,}1$; **е)** $-16 : \left(-\frac{4}{9}\right) = 36$.

180. **а)** Сначала перемножим 42,5 на 10. Получим 425, затем разделим столбиком 25,5 на 17 и получаем 1,5, а теперь сложим полученные результаты. Имеем: 425 + 1,5 = 426,5.

б) 16,8 : 10 + 7,4 · 0,8 = 1,68 + 5,92 = 7,6;

в) 20,6 · 8 – 244,8 : 6 = 164,8 – 40,8 = 124;

г) 240,8 : 301 + 32 · 0,06 = 0,8 + 1,92 = 2,72.

181. а) 12,6 + 5 · (3,251 – 1,171) – 12,6 + 5 · 2,08 = 12,6 +10,4 = 23;

б) 7,6 – 8,4 : (0,27 + 0,15) = 7,6 – 8,4 : 0,42 = 7,6 – 20 = –12,4.

182. а) Напомним, что сначала выполняется умножение и деление, а затем вычитание. Перемножим $3\frac{3}{5}\cdot 1\frac{1}{9}$, переведя множители в неправильные дроби. Имеем $\frac{15+3}{5}\cdot\frac{9+1}{9}=\frac{18}{5}\cdot\frac{10}{9}=4$. Теперь поделим $7\frac{1}{3}$ на $1\frac{2}{9}$, переведя обе дроби в неправильные, и заменим операцию деления умножением, а делитель – обратной величиной. Получаем:
$\frac{21+1}{3}\cdot\frac{9}{9+2}=\frac{22}{3}\cdot\frac{9}{11}=6$, при этом сократив дробь. Затем выполним вычитание и найдем: 4 – 6 = –2.

б) $14:4\frac{1}{5}+\frac{1}{12}\cdot 8=14\cdot\frac{5}{21}+\frac{2}{3}=\frac{10+2}{30}=\frac{12}{3}=4$;

в) $\left(1\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}-3\frac{3}{4}\right)\cdot 3\frac{3}{5}=\frac{6+8-9}{12}\cdot\frac{18}{5}=\frac{3}{2}=1{,}5$;

г) $14-15\frac{1}{8}:2=14-7{,}5-\frac{1}{16}=6\frac{1}{2}-\frac{1}{16}=6\frac{7}{16}$.

183. а)
$$\frac{\left(2-1\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}\right)\cdot\left(1\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}\right)}{2\frac{1}{3}:\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{7}{8}\right)}=\frac{\left(2-\frac{7}{4}\cdot\frac{2}{7}\right)\cdot\left(1\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{15}\right)}{2\frac{1}{3}:\left(\frac{6}{24}-\frac{20}{24}+\frac{21}{24}\right)}=$$
$$=\frac{\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)}{2\frac{1}{3}:\frac{7}{24}}=\frac{1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}}{\frac{7}{3}\cdot\frac{24}{7}}=\frac{1}{8};$$

б)
$$\frac{14:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)}{\left(3\frac{1}{3}\cdot 6-5\frac{1}{2}\cdot 2\frac{5}{11}\right):4\frac{1}{3}}=\frac{14:\frac{7}{12}}{\left(20-\frac{11}{2}\cdot\frac{27}{11}\right):4\frac{1}{3}}=\frac{24}{(20-13{,}5):\frac{13}{3}}=$$

$$=\frac{24}{\frac{13}{2}\cdot\frac{3}{13}}=\frac{24\cdot 2}{3}=16.$$

184. **а)** $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$; обратное $\frac{2}{3}$; **б)** $6{,}2-5{,}8=0{,}4=\frac{2}{5}$; обратное $\frac{5}{2}=2{,}5$;

в) $\frac{1}{15}\cdot\frac{1}{16}=\frac{1}{240}$; обратное 240; **г)** $4{,}9:3{,}5=\frac{7}{5}$; обратное $\frac{7}{5}$.

185. **а)** 2,86 +)–4,3) = –1,44; противоположное 1,44;

б) $-\frac{4}{9}-\frac{5}{6}=-\frac{23}{18}=-1\frac{5}{18}$; противоположное $1\frac{5}{18}$;

в) –5,75 · 1,6 = –9,2; противоположное 9,2;

г) $46:\left(-7\frac{2}{3}\right)=-6$; противоположное 6.

186.
$$\begin{array}{lr} +\begin{array}{l}-102-101-100-...+102+103+104\\ 104+103+102+...-100-101-102\end{array} & \begin{array}{r}(S_1)\\(S_2)\end{array}\\ \hline \quad 2\ +\ 2\ +\ 2\ +\ ...\ +\ 2\ +\ 2\ +\ 2 & S_1+S_2\end{array}$$

всего таких слагаемых 207 штук;
$S_1+S_2=2\cdot 207=414$, а $S_1=S_2=414:2=207$.

187. Произведение целых чисел от –11 до 13 равно 0, т.к. один из множителей – 0.

188. **а)** $\frac{m}{m-1}$, если $m=-\frac{1}{3}$, то $\frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}-1}=-\frac{1}{3}:\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{4}$;

б) $\frac{2a+1}{a-4}$; если a = 3,5, то $\frac{7+1}{-0{,}5}=\frac{8}{-0{,}5}=-16$.

189. **а)** $\frac{8+1{,}5}{4-4{,}5}=\frac{9{,}5}{-0{,}5}=-19$; **б)** $\frac{-2+\frac{1}{3}}{-1-1}=\frac{-1\frac{2}{3}}{-2}=\frac{5}{6}$; **в)** $\frac{2{,}8}{1{,}4}=2$; **г)** $\frac{2{,}6-2{,}6}{1{,}3+7{,}8}=0$.

190. **а)** $ab+c$; **б)** $c-\frac{a}{b}$; **в)** $(x-y)\cdot(x+y)$; **г)** $\frac{a+b}{a-b}$.

191. **а)** Выразим сумму $a+b$ из условия, для этого поделим обе части на 2, то есть $2(a+b)=-8{,}1$; $a+b=\frac{-8{,}1}{2}=-4{,}05$. Нам надо найти утроенное произведение этой суммы, значит: $3(a+b)=3$, $(-4{,}05)=-12{,}15$.

б) $-\frac{1}{2}\cdot(a+b)=2{,}025$; в) $4a+4b=-16{,}2$; г) $-5a-5b=20{,}25$.

192. а) $\frac{5}{2x-4}$ – не имеет смысла, если $2x-4=0$ ($x=2$);

б) $\frac{3}{4y+2}$ – не имеет смысла, если $4y+2=0$ $\left(y=\frac{1}{2}\right)$;

в) $\frac{a}{a-b}$ – не имеет смысла, если $a-b=0$ ($a=b\neq 0$);

г) $\frac{a}{a+b}$ – не имеет смысла, если $a+b=0$ ($a=-b$).

193. а) Обозначим периметр буквой p. $p=2(a+b)$, где a и b – стороны прямоугольника. Нам по условию сказано, что $p=16$, а $a=m$, тогда имеем: $16=2(m+b)$, разделим обе части на 2 и выразим b, получаем $8=m+b$, $b=8-m$. Площадь (S) прямоугольника равна произведению a на b. Таким образом, получаем: $m\cdot(8-m)=S$.

б) $S=ab$; $P=2\cdot(a+b)$; $28=a\cdot x$; $x=\frac{28}{a}$, отсюда $P=2\cdot\left(a+\frac{28}{a}\right)$.

в) $s=v\cdot t$; автомобили встретятся через $t=\frac{s}{v_2-v_1}$ ч.

г) Мотоциклист догонит велосипедиста через $t=\frac{s}{v_1+v_2}$

194. $V=(a-2x)\cdot(b-2x)\cdot x$; если $a=35$, $b=25$, $x=5$, то $V=(35-10)\cdot(25-10)\cdot 5=25\cdot 15\cdot 5=1875$ см^3.

195. а) $a=11n$, где $n\in Z$; б) $b=21n$, где $n\in Z$.

196. При $x=10$ миль $y=1{,}852\cdot 10=18{,}52$ км;
при $x=50$ миль $y=1{,}852\cdot 50=92{,}6$ км;
при $x=250$ миль $y=1{,}852\cdot 50=463$ км.

197. а) $3{,}48-4{,}52=-1{,}04$; $8{,}93+9{,}16=0{,}23$; значит $3{,}48-4{,}52<-8{,}93+9{,}16$;

б) $6{,}48\cdot\frac{1}{8}<6{,}48:\frac{1}{8}$; в) $4{,}7-9{,}65>47-9{,}9$; г) $\frac{3}{4}\cdot 16{,}4<16{,}4:\frac{3}{4}$.

198. а) $2{,}7x+5$ и $1{,}8x-4$ если $x=-10$, то $-22=-22$;
если $x=-10$, то $1{,}76>-6{,}16$; если $x=2{,}4$, то $11{,}48>0{,}32$;
б) $60m-1$ и $50m+1$ если $m=-0{,}2$, то $-13<-9$;
$m=0{,}2$, то $11=11$ $m=0{,}4$, то $23>21$.

199. а) 10 больше 9,6 и меньше 10,1; б) 0,75 больше 0,7 и меньше 0,8;

в) 641 больше 640 и меньше 650; г) $57\frac{9}{11}$ больше 57 и меньше 58;

д) –4,71 больше -4,8 и меньше –4,7; е) $-9\frac{2}{3}$ больше –10 и меньше –9.

200. а) x больше или равно –8,3; б) y меньше или равно 0,07;
в) 4,52 меньше или равно a; г) –3,64 больше или равно b;
д) $m - n$ больше или равно k; е) $p + x$ меньше или равно y.

201. а) $m \le 12$; если $m = 10$, то $10 \le 12$ – верно;
если m = 12, то $12 \le 12$ – верно; если $m = 20$, то $20 \le 12$ – неверно;
б) $k \ge -5$; если $k = -1$, то $-1 \ge -5$ – верно;
если $k = -5$, то $-5 \ge -5$ – верно; если $k = -9$, то $-9 \ge -5$ – неверно.

202. а) $m \ge -5{,}2$; б) $k < -1{,}7$; в) $6{,}5 \ge x$; г) $9{,}1 \ge y$.

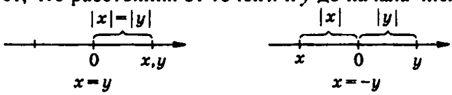
203. а) $100 \le x \le 110$; б) $-7{,}1 < a \le 5{,}2$; в) $3 < d < 3{,}1$; г) $0 \le k < 1$.

204. а) $-2 < x < 3$; б) $-5 < a < 0$; в) $-4 < a + b < 1$; г) $0 < ab < 15$.

205. а) если a > 0, b > 0, то $ab > 0$ – верно;
б) если $ab > 0$, то $a > 0$, $b > 0$ – неверно, т.к. если $a < 0$, $b < 0$, то $ab > 0$.

206. а) $|a + b| = |a| + |b|$ – верно только для $a \ge 0$, $b \ge 0$;
б) $|ab| = |a| \cdot |b|$ – верно для любых a и b.

207. Воспользуемся геометрическим смыслом модуля числа: $|x|$ – расстояние от точки x на числовой оси до ее начала. Условие $|x| = |y|$ означает, что расстояния от точек x и y до начала числовой оси одинаковы.



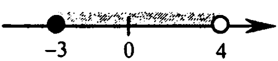
Легко сообразить, что это возможно или в случае, когда числа x и y одинаковы (т. е. $x = y$), или если числа x и y противоположны (т. е. $x = -y$).
Например, $|-8| = |8|$, но $-8 = 8$ – равенство не верное.

208. Если $|a| < |b|$, то $a < b$ – неверно; пример: $a = 30$; $b = -35$.

209. Если $|a| > |b|$, то $a < b$ – возможно такое; пример: $a = -14$; $b = 81$.

210. Если $a < b$, то $a < \dfrac{a+b}{a} < b$.

211.



$-3 \le a < 4$.

Число a может принимать значение любого числа из выделенного интервала.

212. а) $8{,}7 \cdot 9{,}6 + 3{,}5 \cdot 8{,}7 - 8{,}7 \cdot 3{,}1 = 8{,}7 \cdot (9{,}6 + 3{,}5 - 3{,}1) = 8{,}7 \cdot 10 = 87$;
б) $7{,}6 \cdot 6{,}8 - 1{,}5 \cdot 6{,}8 + 6{,}8 \cdot 13{,}9 = 6{,}8 \cdot (7{,}6 - 1{,}5 + 13{,}9) = 6{,}8 \cdot 20 = 136$;

в) $5{,}9 \cdot 2{,}6 + 5{,}9 \cdot 3{,}2 + 5{,}8 \cdot 4{,}1 = 5{,}9 \cdot 5{,}8 + 5{,}8 \cdot 4{,}1 = 5{,}8 \cdot 10 = 58$;
г) $6{,}8 \cdot 8{,}4 - 1{,}6 \cdot 8{,}4 + 5{,}2 \cdot 1{,}6 = 5{,}2 \cdot 8{,}4 + 5{,}2 \cdot 1{,}6 = 5{,}2 \cdot 10 = 52$.

213. а) $(1.25 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}8 - 1{,}7) \cdot 3{,}45 = 0 \cdot 3{,}45 = 0$;
б) $3{,}947 : (3{,}6 - 2{,}6 \cdot 0{,}25) = 3{,}947 : 1 = 3{,}947$.

214. а) $-3 \cdot (a - b) = 3b - 3a$ – тождество;
б) $-5 \cdot (y - x) \neq 5y - 5x$ – не является тождеством

215. а) $|x| = |-x|$; $|x| = |-1 \cdot x|$; $|x| = |-1| \cdot |x|$; $|x| = 1 \cdot |x|$; $|x| = |x|$ – верно.
б) $|x - y| = |y - x|$; $|x - y| = |-1 \cdot (x - y)|$; $|x - y| = |-1| \cdot |x - y|$;
$|x - y| = 1 \cdot |x - y|$; $|x - y| = |x - y|$ – верно.
в) $|2c| = 2\,|c|$; $|2| \cdot |c| = 2\,|c|$; $2\,|c| = 2\,|c|$ – верно.

216. а) $x - y = x + (-y)$; б) $x^3 + (-x^3) = 0$ или $x^3 = -(-x)^3$.

217. а) $|a + 5| = |a| + 5$ – не является тождеством;
б) $|a^2 + 4| = a^2 + 4$ – тождество; в) $|a - b| - |b - a| = 0$ – тождество;
г) $|a + b| - |a| = |b|$ – не является тождеством.

218. а) Пусть первое число будет равно a, а второе число будет равно b. Тогда сумма этих двух чисел будет равна $(a + b)$, а их разность будет равна $(a - b)$. Прибавим к $(a + b)$ величину $(a - b)$. Получаем: $(a + b) + (a - b)$. Раскроем в этом выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(a + b) + (a - b) = a + b + a - b = 2a$, ч.т.д.
б) Пусть первое число будет равно a, а второе число будет равно b. Тогда сумма этих двух чисел будет равна $(a + b)$, а их разность будет равна $(a - b)$. Вычтем из суммы этих двух чисел их разность. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(a + b) - (a - b) = a + b - a + b = 2b$, ч.т.д.

219. а) $0{,}8 \cdot (11x + 10y - 2) = 8{,}8x + 8y - 1{,}6$;
б) $(20 - 12a + 4b) \cdot 1{,}5 = 30 - 18a + 6b$;
в) $-7 \cdot (0{,}5m - 1{,}2n + 1) = -3{,}5m + 8{,}4n - 7$;
г) $(-2{,}2 - m + 1{,}5n) \cdot (-6) = 13{,}2 + 6m - 9n$.

220. а) Для того, чтобы доказать, что выражение тождественно равно нулю, надо воспользоваться распределительным законом сложения относительно умножения. Получаем: $(a + b)x + (a - b)x - 2ax = x\,(a + b + a - b) - 2ax = x\,(2a - 0) - 2ax = 2ax - 2ax = 0$. При упрощении данного выражения мы получаем, что оно тождественно равно нулю.
б) $8 \cdot (x - y) + 8 \cdot (y - x) = 8x - 8y + 8y - 8x = 0$.

221. а) $-3{,}6x - 5{,}2 - 2{,}4x - 9 = -6x - 14{,}2$:
б) $4{,}6a + 1{,}5b - 3{,}2b - 1{,}8a = 2{,}8a - 1{,}7b$;
в) $-6{,}7a + 5b - 0{,}8a - 2{,}5b = -7{,}5a + 2{,}5b$;
г) $1{,}2x + 3{,}4x - 5 - 5{,}3x = -0{,}7x - 5$;
д) $2{,}4a - 0{,}8m - 0{,}4m - 1{,}5m = 2{,}4a - 2{,}7m$;
е) $-3{,}8y + 2x + 8y - 4{,}3y = -8{,}1y + 2x + 8y = 2x - 0{,}1y$.

222. а) $x \cdot (-1) + x \cdot (-2) + x \cdot (-3) + 6x = -6x + 6x = 0$;
б) $a \cdot (-5) + a \cdot 4 + a \cdot (-3) + a \cdot 2 = -8a + 6a = -2a$.

223. а) $-(-x) + (-y) = x - y$; б) $-(-x) - (-y) = x + y$;
в) $x + (-(-y)) = x + (+y) = x + y$; г) $x - (-(-y))\ x - y$.

224. а) $6{,}9 - 5{,}1m + (6m - 1{,}2) = 5{,}7 + 0{,}9m$;
б) $8{,}4x - 4{,}4 - (1{,}6 + 10x) = 8{,}4x - 4{,}4 - 1{,}6 - 10x = -1{,}6x - 6$;
в) $7{,}5y + (6 - 7{,}30) - 5{,}8 = 0{,}2y + 0{,}2$; г) $-(3{,}7q - 5{,}5) + 9q - 3{,}9 = 5{,}3q + 1{,}6$.

225. $8a - (4b + 3b) - (4a - 3b) = 8a - 4b - 3a - 4a + 3b = a - b$;
а) если $a = 6{,}8$; $b = 7{,}3$, то $6{,}8 - 7{,}3 = -0{,}5$;
б) если $a = -8{,}9$; $b = -9{,}9$, то $-8{,}9 - (-9{,}9) = 1$.

226. а) $a + (2a - (3a - 5)) = a + 2a - (3a - 5) = 3a - 3a + 5 = 5$;
б) $a - (6a - (5a - 8)) = a - 6a + (5a - 8) = -5a + 5a - 8 = -8$.

227. $(17x - 13y + 8) - (20x + 6y) = 17y - 13y + 8 - 20x - 6y = -3x - 19y + 8$.

228. Запишем число кратное 3 в виде: $3p$, где p – любое целое число, а кратное 5 в виде: $5n$, где n – любое целое число. Произведение равно $3p \cdot 5n$. Воспользуемся переместительным свойством умножения, имеем: $3p \cdot 5n = 15 \cdot (pn)$. Выражение содержит множитель 15, значит это произведение кратно 15.

229. Пусть первое четное число будет иметь вид $2n$, а второе будет иметь вид $2m$. Тогда их произведение будет равно $2n \cdot 2m$. Воспользовавшись переместительным свойством умножения, получаем: $2n \cdot 2m = 4nm = 4 \cdot (nm)$. После преобразований видно, что данное произведение кратно 4, т. к. впереди стоит множитель 4.

230. Для того, чтобы проверить, является ли число корнем уравнения, надо подставить в уравнение это число вместо переменной и проверить, выполняется ли равенство. Если равенство выполняется, то это число является корнем уравнения.
а) Подставим в данное уравнение вместо x число 1,9.
Имеем: $(2x - 3{,}8)(4{,}2 + 3x) = 0$; $(2 \cdot 1{,}9 - 3{,}8) \cdot (4{,}2 + 3 \cdot 1{,}9) = 0$;
$(3{,}8 - 3{,}8) \cdot 9{,}9 = 0$; $0 \cdot 9{,}9 = 0$. Равенство выполняется. Следовательно, число 1,9 является корнем данного уравнения.
б) Подставим в данное уравнение вместо x число 2.
Получаем: $(2x - 3{,}8)(4{,}2 + 3x) = 0$; $(2 \cdot 2 - 3{,}8) \cdot (4{,}2 + 3 \cdot 2) = 0$;
$0{,}2 \cdot 10{,}2 = 0$; $2{,}04 = 0$. Равенство не выполняется. Значит, число 2 не является корнем этого уравнения.
в) Подставим в исходное уравнение вместо переменной x число $(-1{,}4)$.
Имеем: $(2x - 3{,}8)(4{,}2 + 3x) = 0$; $(2 \cdot (-1{,}4)) - 3{,}8) \cdot (4{,}2 + 3 \cdot (-1{,}4)) = 0$;
$(-2{,}8 - 3{,}8) \cdot (4{,}2 - 4{,}2) = 0$; $-6{,}6 \cdot 0 = 0$. Равенство выполняется. Следовательно, число $(-1{,}4)$ является корнем данного уравнения.
г) Подставим в исходное уравнение число (-3) вместо x.
Имеем: $(2x - 3{,}8)(4{,}2 + 3x) = 0$; $(2 \cdot (-3) - 3{,}8) \cdot (4{,}2 + 3 \cdot (-3)) = 0$;

$(-6-3{,}8)\cdot(4{,}2-9)=0$; $-9{,}8\cdot(-4{,}8)=0$; $47{,}04=0$. Равенство не выполняется. Значит, число (-3) не является корнем данного уравнения.

231. **а)** $x^2+4x+3=0$; корнями этого уравнения являются только -3 и -1;
б) $x^2+x=12$; корнями этого уравнения являются только -4 и 3.

232. **а)** Раскроем скобки с учетом знака, перенесем все слагаемые, которые содержат x в левую сторону, а которые не содержат x в правую. Имеем: $3x+7=(9+x)+2x$; $3x+7=3x+9$; $3x-x-2x=9-7$. Упрощаем и получаем: $0=2$ – неверное равенство. Значит, уравнение не имеет корней.
б) Раскроем скобки с учетом знаков, перенесем все слагаемые, которые содержат x в левую сторону, а которые не содержат, в правую. Имеем: $5x-1=4(x+2)-(9-x)$; $5x-1=4x+8-9+x$;
$5x-4x-x=1+8-9$. Упростим и получаем: $0=0$ – верное равенство. Значит, уравнение имеет бесконечное множество решений.
в) Перенесем слагаемое x в левую сторону, разложим на множители. Имеем: $x^2=x$; $x^2-x=0$; $x(x-1)=0$. Произведение множителей тогда равно нулю, когда хотя бы один из них равен нулю. Получаем: $x=0$ или $x-1=0$ (т. е. $x=1$).
г) $x+1=x-1$; $0x=-2$ – нет корней.

233. Уравнения $|x|=-1$ и $|x|+3=0$ не имеют корней, т.к. по определению $|x|\ge 0$, а у нас $|x|=-1$ и $|x|=-3$ – этого не может быть.

234. **а)** $|x|=5$; $x_1=5$, $x_2=-5$; **б)** $|y|=3{,}7$; $y_1=3{,}7$, $y_2=-3{,}7$;
в) $|a|-17=0$; $a_1=17$, $a_2=-7$; **г)** $1{,}4\cdot|b|=0$; $b=0$.

235. **а)** $7x+9=65$; **б)** $(x+2)\cdot(x-1)=88$; **в)** $2x+5=3x+5$.

236. $mx=5$; если $m\ne 0$, то уравнение имеет единственный корень; если $m=0$, то уравнение корней не имеет, нет такого значения m, при котором уравнение имело бы много решений.

237. $p\cdot x=10$; если $x=-5$, то $p=-2$; если $x=1$, то $p=10$; если $x=20$, то $p=0{,}5$.

238. **а)** Раскроем скобки с учетом знаков, перенесем все слагаемые, которые содержат x в левую сторону, а которые не содержат – в правую. Имеем: $3{,}8x-(1{,}6-1{,}2x)=9{,}6+(3{,}7-5x)$; $3{,}8x-1{,}6+1{,}2x=9{,}6+3{,}7-5x$; $3{,}8x+1{,}2x+5x=9{,}6+3{,}7+1{,}6$. Преобразуем обе части. Получаем: $10x=14{,}9$. Поделим обе части на 10, получаем: $x=1{,}49$.
б) $(4{,}5y+9)-(6{,}2-3{,}1y)=7{,}2y+2{,}8$;
$4{,}5y+9-6{,}2+3{,}1y-7{,}2y=2{,}8$ $1{,}4y=0$; $y=0$;
в) $0{,}6m-1{,}4=(3{,}5m+1{,}7)-(2{,}7m-3{,}4)$; $0{,}6m-1{,}4=3{,}5m+1{,}7-2{,}7m+3{,}4$;
$0{,}6m-0{,}8m=5{,}1+1{,}4$; $-0{,}2m=6{,}5$; $m=-32{,}5$;
г) $(5{,}3a-0{,}8)-(1{,}6-4{,}7a)=2a-(a-0{,}3)$; $5{,}3a-0{,}8-1{,}6+4{,}7a=2a-a+0{,}3$;
$10a-a=0{,}3+2{,}4$; $9a=2{,}7$; $a=0{,}3$.

239. **а)** $(x-1)\cdot(x-7)=0$;
$x-1=0$ или $x-7=0$;
$x_1=1$, $x=7$;

б) $(x+2)\cdot(x-9)=0$;
$x+2=0$ или $x-9=0$;
$x_1=-2$, $x_2=9$.

в) $(x-1)\cdot(x-7)\cdot(x-5)=0$;
$x+1=0$ или $x-1=0$ или $x-5=0$;
$x_1=-1,\ x_2=1,\ x_3=5$;

г) $x\cdot(x+3)\cdot(x+3)=0$;
$x=0$ или $x+3=0$;
$x_1=0,\ x_2=-3$.

240. а) Если мы возьмем и подставим любое положительное число вместо x и перемножим, то у нас всегда получится положительное число, а когда еще прибавим 9, то никогда не получим в результате нуль. Значит, положительное число не может быть корнем уравнения.
б) $x+3x+1=0$; корень не может быть положительным

241. а) $0{,}15\cdot(x-4)=9{,}9-0{,}3\cdot(x-1)$;
$0{,}15x-0{,}6=9{,}9-0{,}3x+0{,}3$;
$0{,}45x=10{,}8$;
$x=24$;

б) $1{,}6\cdot(a-4)-0{,}6=3\cdot(0{,}4a-7)$;
$1{,}6a-6{,}4-0{,}6=1{,}2a-21$;
$1{,}6a-1{,}2a=7-21$;
$0{,}4a=-14$; $a=-35$;

в) $(0{,}7x-2{,}1)-(0{,}5-2x)=0{,}9\cdot(3x-1)+0{,}1$;
$0{,}7x-2{,}1-0{,}5+2x=2{,}7x-0{,}9+0{,}1$;
$2{,}7x-2{,}6=2{,}7x-0{,}8$; $0x=1{,}8$ – нет решения;

г) $-3\cdot(2-0{,}4y)+5{,}6=0{,}4\cdot(3y+1)$;
$-6+1{,}2y+5{,}6=1{,}2y+0{,}4$; $1{,}2y-1{,}20=0{,}4+0{,}4$; $0y=0{,}8$ – нет решения.

242. а) $(2x+7)+(-x+12)=14$;
$2x+7-x+12=14$;
$x=14-19$;
$x=-5$;

б) $(-5y+1)-(3y+2)=-9$;
$-5y+1-3y-2=-9$;
$-8y=-8$;
$y=1$;

в) $5-a-20=6a-1$;
$7a=-14$;
$a=-2$;

г) $12m+1=(7m-3)\cdot 2$;
$12m+1=14m-6$;
$2m=7$; $m=3{,}5$.

243. При $a=0$ уравнение не имеет решений, поэтому можем поделить обе части уравнения на a. Получаем: $ax=6$, $x=\dfrac{6}{a}$. Так как корень должен быть целым числом, то этому условию удовлетворяют такие целые значения a, как 1, 2, 3, 6.

244. Т.к. 13 : 7 с остатком, значит, корень не будет целым числом.

245. Пусть x – кроликов на ферме, тогда $1000-x$ – кур на ферме
$4x+2\cdot(1000-x)=3150$; $4x+2000-2x=3150$; $2x=1150$;
$x=575$ – кроликов на ферме, тогда 425 – кур.

246. Пусть x деталей изготовил II рабочий, тогда $1{,}15x$ деталей изготовил I рабочий. $x+1{,}15x=86$; $2{,}15x=86$;
$x=40$ – деталей изготовил II рабочий; 46 деталей – I рабочий.

247.

	Было	Стало	
I участок	$x+9$	$(x+9)+3$	в 1,5 раза больше
II участок	x	$x-3$	

$x + 9 + 3 = 1,5 \cdot (x - 3)$; $x + 12 = 1,5x - 4,5$; $0,5x = 16,5$; $x = 33$ – куста смородины — на I участке, 42 куста — на II участке.

248. Пусть у Миши x марок, тогда у Андрея в 4 раза меньше, чем у Миши (следовательно, $\frac{x}{4}$ марок). Если Миша отдаст 8 марок Андрею, тогда у него останется $(x - 8)$ марок, а у Андрея станет $\left(\frac{x}{4}+8\right)$ марок. Так как у Миши станет в 2 раза больше, чем у Андрея, то можно составить уравнение: $x - 8 = 2\left(\frac{x}{4}+8\right)$. Раскрываем скобки $x - 8 = \frac{x}{2} + 16$. Упрощаем, перенеся в левую сторону слагаемые, которые содержат x, и в правую, которые не содержат. Имеем: $\frac{x}{2} = 24$, $x = 48$. Значит, у Миши 48 марок, а у Андрея $\frac{x}{4}$, то есть 12 марок.

<u>Ответ</u>: 48 и 12 марок.

249. Пусть ученик должен был прочитать книгу за x дней. Тогда количество страниц в первом случае равно $40x$.
С другой стороны, когда ученик читал в день на 15 страниц меньше (т.е. 25 страниц), он читал книгу на 6 дней дольше, т. е. $(x + 6)$ дней. В этом случае количество страниц в книге равно $25 \cdot (x + 6)$. Известно, что количество страниц, прочитанное в первом и втором случаях, одно и то же. Составим уравнение: $40x = 25(x + 6)$. Решим полученное уравнение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $40x = 25x + 150$; $40x - 25x = 150$; $15x = 150$, откуда $x = 10$ (дней).

<u>Ответ</u>: 10 дней.

250.

	Изделий в день	Дни	Всего изделий	
По плану	40	x	$40x$	одинаковое
На самом деле	60	$x - 3$	$60 \cdot (x - 3)$	

$40x = 60 \cdot (x - 3)$; $40x = 60x - 180$; $20x = 180$; $x = 9$ дней – срок выполнения заказа.

251. Пусть задуманное число x. Прибавим к нему 7. Получаем: $x + 7$. Теперь эту сумму умножаем на 3. Имеем: $3(x + 7)$. Далее из этого произведения вычитаем 47, после чего получаем задуманное число, т. е. x. Итак, получили уравнение: $3(x + 7) - 47 = x$. Решим данное уравнение. Раскроем в нем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $3(x + 7) - 48 = x$; $3x + 21 - 47 = x$; $3x - 26 = x$; $3x - x = 26$; $2x = 26$, откуда, поделив обе части уравнения на 2, находим $x = 13$. Это и есть задуманное число.

Глава II
Функции
§ 4. Функции и их графики

252. В этой задаче x является независимой переменной, а S – зависимой. Площадь прямоугольника равна произведению его длин сторон. Имеем: $S = 9 \cdot x$. Найдем значение площади прямоугольника при значении $x = 4$ (см). Подставим это значение в соотношение $S = 9x$ и найдем: $S = 9 \cdot 4 = 36$ см^2. Аналогично, для $x = 6{,}5$ см: $S = 9 \cdot 6{,}5 = 58{,}5$ см^2, для $x = 15$ см: $S = 9 \cdot 15 = 135$ см^2.

Ответ: 36 см^2; 58,5 см^2; 135 см^2.

253. $s = 70t$; если $t = 2{,}4$, то $s = 70 \cdot 2{,}4 = 168$ км;
если $t = 3{,}8$, то $s = 70 \cdot 3{,}8 = 266$ км.

254. $V = a \cdot 3$; если $a = 2$, то $V = 8$ см^3;
если $a = 3{,}5$, то $V = 42{,}875$ см^3.

255.

t	20 мин	1 ч 20 мин	3 ч 30 мин
S	4,5 км	9,5 км	0 км

Область определения функции $0 \le t \le 150$.

256. В данной задаче x – независимая переменная, y – зависимая. Найдем высоту сосны в возрасте 10 лет. Для этого посмотрим на график и увидим, что при $x = 10$ $y = 5$ м, соответственно. Аналогично находим значение y при $x = 40$: $y = 18{,}75$ м, при $x = 90$ $y = 28{,}75$ м, при $x = 120$ $y = 31{,}25$ м. Для того, чтобы найти, на сколько выросла сосна за промежуток времени, надо найти ее высоту в начальный момент времени и в конечный и из конечного значения высоты вычесть начальное. Имеем для x от 20 до 60 лет: при $x = 20$ $y = 10$, при $x = 60$ $y = 25$. Получаем, что высота сосны изменилась на $25 - 10 = 15$ м. Аналогично, для x от 60 до 100 лет: при $x = 60$ $y = 25$, при $x = 100$ $y = 30$. Значит, сосна выросла на $30 - 25 = 5$ м.

Ответ: **а)** 5 м; 18,75 м; 28,75 м; 31,25 м; **б)** 15 м; 5 м.

257.

n	13	34	43	100
r	1	2	3	0

– аргументом здесь является n, остаток r зависит от значения n.

– область определения — все натуральные числа.

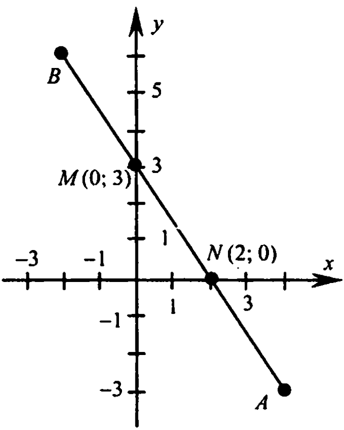
– r – значения функции; и они могут принимать значения: 0; 1; 2; 3,.

258. Независимой переменной является n. Значениями аргумента служат числа $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Значениями функции являются числа $m = 230, 270, 310, 300, 360, 340$. Значению $n = 2$ соответствует значение $m = 270$, значению $n = 4$ соответствует значение $m = 300$. В третьем месяце было выпущено 310 электроплит, а в пятом 340 электроплит.

<u>**Ответ**</u>: $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; $m = 230, 270, 310, 300, 360, 340$;
для $n = 2$ $m = 270$, для $n = 4$ $m = 300$;
в третьем месяце – 310 плит; в пятом – 340 плит.

259. Пусть через x часов воды в резервуарах станет поровну
$380 + 80x = 1500 - 60x$; $140x = 1120$; $x = 8$ – через 8 часов.

260.



261. Найдем значение функции, соответствующее значению аргумента, равному 1. Для этого подставим в функцию $y = 2x + 7$ значение $x = 1$. Имеем: $y = 2 + 7 = 9$. Аналогично, для $x = -20$ $y = 2 \cdot (-20) + 7 = -40 + 7 = -33$, для $x = 43$ $y = 2 \cdot 43 + 7 = 86 + 7 = 93$.

<u>**Ответ**</u>: 9; –33; 93.

262. Найдем значение функции, соответствующее значению аргумента, равному 10. Для этого подставим в функцию $y = 0{,}1x + 5$ значение $x = 10$. Имеем: $y = 0{,}1 \cdot 10 + 5 = 1 + 5 = 6$. Аналогично, для $x = 50$ $y = 0{,}1 \cdot 50 + 5 = 5 + 5 = 10$, а для $x = 120$ $y = 0{,}1 \cdot 120 + 5 = 12 + 5 = 17$.

<u>**Ответ**</u>: 6; 10; 17.

263. Сначала подставим в формулу $y = \frac{12}{x}$ первое значение аргумента $x = -5$.

Найдем соответствующее ему значение функции: $y = \frac{12}{-6} = -2$ (т. е. при $x = -6$ $y = -2$). Заполняем таким же образом остальные клетки таблицы: при $x = -4$ $y = \frac{12}{-4} = -3$; при $x = -3$ $y = \frac{12}{-3} = -4$; при $x = 2$ $y = \frac{12}{2} = 6$; при $x = 5$ $y = \frac{12}{5} = 2{,}4$; при $x = 6$ $y = \frac{12}{6} = 2$; при $x = 12$ $y = \frac{12}{12} = 1$.

x	–6	–4	–3	2	5	6	12
y	–2	–3	–4	6	2,4	2	1

264. $y = x^2 - 9$

x	–5	–4	–3	0	2	3	6
y	16	6	0	–9	–5	0	27

265. Подставим в соотношение $y = x\,(x - 3{,}5)$ первое значение x, удовлетворяющее неравенству $0 \le x \le 4$ ($x = 0$). При $x = 0$ $y = 0 \cdot (0 - 3{,}5) = 0$. Следующее значение x (с шагом 0,5) будет: $x = 0{,}5$. При $x = 0{,}5$ $y = 0{,}5 \cdot (0{,}5 - 3{,}5) = 0{,}5 \cdot (-3) = -1{,}5$. Далее: при $x = 1$ $y = 1 \cdot (1 - 3{,}5) = -2{,}5$; при $x = 1{,}5$ $y = 1{,}5 \cdot (1{,}5 - 3{,}5) = -3$; при $x = 2$ $y = 2 \cdot (2 - 3{,}5) = -3$; при $x = 2{,}5$ $y = 2{,}5 \cdot (2{,}5 - 3{,}5) = -2{,}5$; при $x = 3$ $y = 3 \cdot (3 - 3{,}5) = -1{,}5$; при $x = 3{,}5$ $y = 3{,}5 \cdot (3{,}5 - 3{,}5) = 0$; при $x = 4$ $y = 4 \cdot (4 - 3{,}5) = 2$. Результаты вычислений приведены в таблице.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
y	0	–1,5	–2,5	–3	–3	–2,5	–1,5	0	2

266. **а)** Областью определения этой функции, заданной формулой $y = x^2 + 8$, являются все числа.

б) Областью определения функции, заданной формулой $y = \frac{1}{x - 7}$, являются все числа, кроме $x = 7$, т. к. при $x = 7$ знаменатель функции равен нулю.

в) $y = \frac{2}{3 + x}, x \neq -3$; **г)** $y = \frac{4x - 1}{5}$, x – любое число.

267. Подставим в формулу $y = -5x + 6$ вместо y число 6. Получим уравнение с переменной x: $6 = -5x + 6$. Решив его, найдем $x = 0$. Значит, $y = 6$

при $x = 0$. Аналогично, для $y = 8$: $8 = -5x + 6$, откуда $x = -\frac{2}{5} = -0{,}4$ (т. е. для $x = -0{,}4$ $y = 8$). Для $y = 100$ имеем: $100 = -5x + 6$ и $x = \frac{-94}{5} = -18{,}8$. Значит, $y = 100$ при $x = -18{,}8$.

268.

x	$-0{,}5$	-3	0	$4{,}5$	9
y	–	-2	0	3	6

При $x = -0{,}5$ значение функции найдем, подставив в соотношение $y = \frac{2}{3}x$ величину $x = -0{,}5$. Имеем $y = \frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3}$ Аналогично, для $x = 4{,}5$ $y = \frac{2}{5}\cdot\frac{9}{2} = 3$ для $x = 9$ $y = \frac{2}{3}\cdot 9 = 6$.

Подставив в формулу $y = \frac{2}{3}x$ вместо y число (-2), получим уравнение с переменной x. Решив его, найдем x: $-2 = \frac{2}{3}x$ и $x = -3$. Аналогично, для $y = 0$ получаем: $0 = \frac{2}{3}x$ и $x = 0$.

269. Если $y = -6$, то $-6 = 0{,}3x - 6$; $x = 0$;
если $y = -3$, то $-3 = 0{,}3x - 6$; $3 = 0{,}3x$; $x = 10$;
если $y = 0$, то $0 = 0{,}3x - 6$; $6 = 0{,}3x$; $x = 20$.

270. $m = \rho V$; а) если $V = 240$ *см*^{3}, то $m = 240 \cdot 0{,}18 = 43{,}2$ *г*;
б) если $m = 64{,}8$ *г*, то $64{,}8 = V \cdot 0{,}18$; $V = 360$ *см*^{3}.

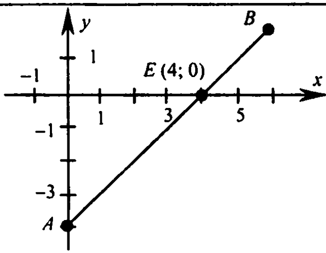
271. $s = 6v$; а) если $v = 65$, то $s = 6 \cdot 65 = 390$ км;
б) если $s = 363$, то $363 = 6 \cdot v$; $v = 60{,}5$ км/ч.

272. $s = 60 - 12t$; если $t = 3{,}5$, то $s = 60 - 12 \cdot 3{,}5$; $s = 60 - 42$; $s = 18$ км;
если $s = 30$, то $30 = 60 - 12 \cdot t$; $12t = 30$; $t = 2{,}5$ *ч*.

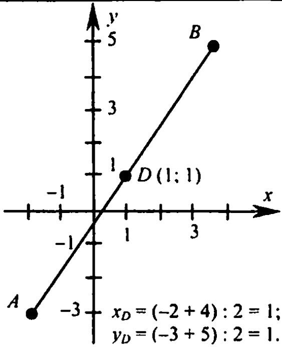
273. $y = 1050 - 100x$; $1 \le x \le 10$, он может купить от 1 до 10 карандашей.

274. Пусть x книг собрали семиклассники, тогда $1{,}1x$ книг собрали шестиклассники; $x + 1{,}1x = 315$; $2{,}1x = 315$; $x = 150$ – книг собрали семиклассники, 165 книг – шестиклассники.

275.



276.



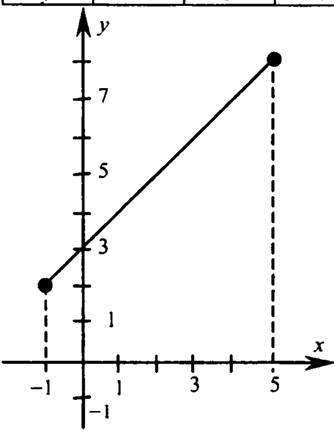
$x_D = (-2 + 4) : 2 = 1;$
$y_D = (-3 + 5) : 2 = 1.$

277.

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	10	6,75	4	1,75	0	–1,25	–2	–2,25	–2

278.

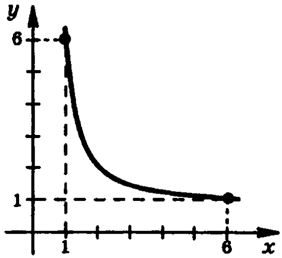
x	–1	0	1	2	3	4	5
y	2	3	4	5	6	7	8



279. Составим таблицу значений функции с шагом 1. Имеем:

x	1	2	3	4	5	6
y	6	3	2	1,5	1,2	1

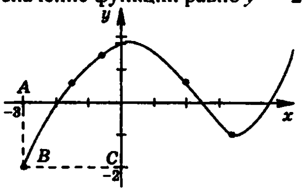
Отметим на координатной плоскости точки, координаты которых указаны в таблице. Соединим их плавной линией. Получим эскиз графика функции, заданной формулой $y = \frac{6}{x}$ при $1 \le x \le 5$.



280.

x	–2	–1	0	1	5
y	1,5	0	–1	0,5	2

281. Эскиз графика приведен на рисунке (более точный график изображен в учебнике). Для нахождения значений y используем график. Например, через точку A оси x с абсциссой $x = -3$ проведем перпендикуляр к оси x до пересечения этого перпендикуляра с графиком функции в точке B. Опустим из точки B перпендикуляр на ось y. Основание этого перпендикуляра (точка C) имеет значение $y = -2$. Значит, при $x = -3$ значение функции равно $y = -2$.



Аналогично: для $x = -1,5$ $y = 0,5$, для $x = -0,5$ $y = 1,5$, для $x = 0$ $y = 1,75$, для $x = 0,5$ $y = 2$, для $x = 3,2$ $y = -1$. Таким образом, заполняем таблицу. Значения функции положительны при $x = -1,5; -1; -0,5; 0; 0,5$ и отрицательны для $x = -3; -2,5; 3; 3,5; 4$.

x	–3	–1,5	–0,5	0	0,5	3,2
y	–2	0,5	1,5	1,75	2	–1

282.

x	–4	–3	–2,5	0	1	3,5
y	1,5	2	2,4	–0,7	–1,5	1

283.

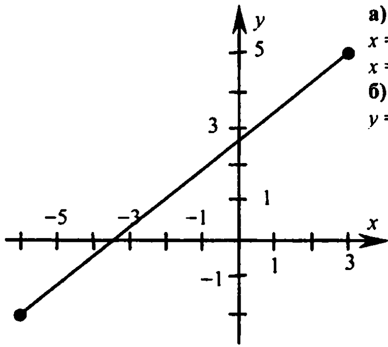
а)

x	-3	-2	0	2	3
y	0	1	$1,5$	3	2

б)

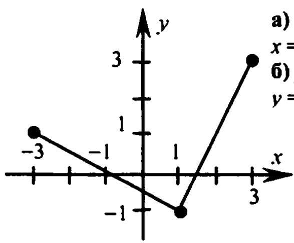
x	-2	0	2	3
y	-4	-3	$0,25;\ 2,3;\ 4;\ 6$	$1;\ 2$

284.



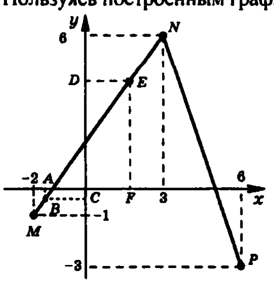
а) $x=-5$, $y=-1,2$; $x=-3$, $y=0,2$; $x=-1$, $y=1,8$; $x=1$, $y=3,3$; $x=2$, $y=4,2$;
б) $y=-1$, $x=-4,6$; $y=1$, $x=-2$; $y=3$, $x=0,5$; $y=4$, $x=1,8$.

285.



а) $x=-2,5$, $y=0,75$; $x=-1,5$, $y=0,25$; $x=0$, $y=-0,5$; $x=1,5$, $y=0$; $x=2$, $y=1$;
б) $y=-0,5$, $x=0$, $1,25$; $y=1$, $x=2$; $y=2,5$, $x=2,75$.

286. На координатной плоскости построим точки $M(-2;-1)$, $N(3;6)$, $P(6;-3)$. Последовательно соединим точки M и N, N и P. Получим ломаную MNP. Пользуясь построенным графиком, выполним оставшиеся задания.



а) Чтобы найти значение функции y при данном значении x, надо: из точки A на оси x с данным значением x провести перпендикуляр до его пересечения с графиком и из точки B пересечения провести перпендикуляр к оси y. Тогда получим необходимое значение функции y (точка C). Будем иметь: при $x = -1,5$ $y = -0,3$; при $x = 0$ $y = 1,8$; при $x = 4$ $y = 3$; при $x = 5,5$ $y = -1,5$.

б) Теперь необходимо найти значение x, которое соответствует данному значению y. Для этого необходимо выполнить обратное построение. По оси y отмечаем нужное значение координаты y (точка D) и строим перпендикуляр к этой оси до пересечения с графиком функции в точке E. Затем из точки E опускаем перпендикуляр на ось x. Основание F этого перпендикуляра дает необходимую координату x. Выполнив такие построения, найдем: для $y = -2,5$ $x = 5,8$; для $y = 0$ есть два значения $x = -1,3$ и $x = 5$; для $y = 4,5$ также два значения $x = 2$ и $x = 3,5$.

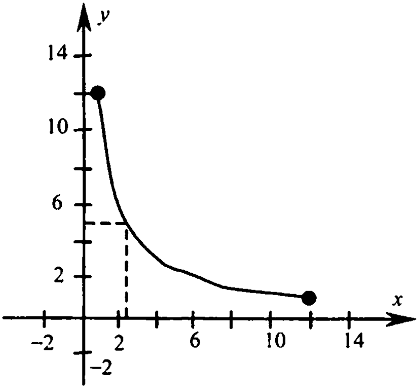
287. Для того, чтобы определить, принадлежат ли точки графику функции, надо подставить их координаты в уравнение функции. Если равенство верно, значит точки принадлежат графику функции и наоборот. Подставим координаты точки A (4; 2). Имеем: $2 = 2 \cdot 4 - 6$ или $2 = 8 - 6$ или $2 = 2$ – равенство верно, значит, точка A принадлежит графику функции. Аналогично, для точки B (1; –4): $-4 = 2 \cdot 1 - 6$ или $-4 = 2 - 6$ или $-4 = -4$ – равенство верно, значит, точка B принадлежит графику функции. Аналогично, для точки C (1; 4): $4 = 2 \cdot 1 - 6$ или $4 = -4$ – равенство неверно, значит, точка C не принадлежит графику функции. Графику этой функции также принадлежат, например, точки D (0; –6) и E (3; 0).

<u>Ответ</u>: A – принадлежит, B – принадлежит, C – не принадлежит, D (0; –6) и E (3; 0).

288. $A(-5; -4)$; $2 = 2 \cdot 4 - 6$; $2 = 2$ – верно, $A \in \Gamma_{y=2x-6}$;
$B(1; -4)$; $-4 = -5 + 1$; $-4 = -4$ – верно, $B \in \Gamma_{y=2x-6}$;
$C(1; 4)$; $4 = 2 \cdot 1 - 6$; $4 = -4$ – не верно, $C \notin \Gamma_{y=2x-6}$;
$D(2; -2)$ $-2 = 2 \cdot 2 - 6$; $-2 = -2$ – верно, $D \in \Gamma_{y=2x-6}$;
$E(5; 3)$ $3 = 2 \cdot 5 - 6$; $3 = 4$ – не верно, $E \notin \Gamma_{y=2x-6}$.

289.

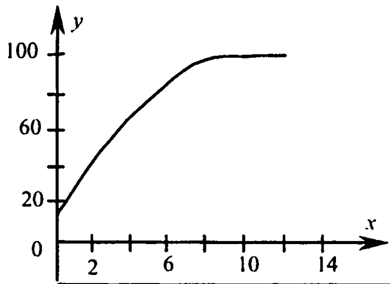
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	12	6	4	3	2,4	2	$\frac{12}{7}$	1,5	$\frac{4}{3}$	1,2	$\frac{12}{11}$	1



При $x = 2{,}5$ $y \approx 5$; $y = \dfrac{12}{2{,}5} = 4{,}8$.

290. **а)** Если $V = 0$, то $m = 1$ кг; **б)** если $V = 1$ л, то $m = 2$ кг; **в)** масса 1 л жидкости равна 1 кг; **г)** если $m = 3$ кг, то $V = 2$ л.

291.



а)

x	4 мин	5,5 мин	9 мин	10,7 мин
y	66°C	78°C	100°C	100°C

б)

y	41°C	60°C	95°C
x	2 мин	3,6 мин	7,5 мин

292. **а)**. Через точку оси V с координатой 50 проведем перпендикуляр к оси V. Точка пересечения этого перпендикуляра с графиками функций и будут значения пройденного тормозного пути: для OA – $S = 30$ м, для OB – $S = 70$ м, для OC – $S = 160$ м.

б) Через точку оси S, с координатой 60 проводим перпендикуляр к оси S. Точки пересечения этого перпендикуляра с графиком функции дадут ответ на поставленный в задаче вопрос.

Для OC: $V \le 30$ км/ч, для OB: $V \le 50$ км/ч, для OA: $V \le 80$ км/ч.

Ответ: **а)** 30 м, 70 м, 160 м; **б)** 30 км/ч, 50 км/ч, 80 км/ч.

293. **а)** Перенесем слагаемое $(-2x)$ в левую часть исходного уравнения, а число (-2) – в правую. Затем приведем в данном уравнении подобные члены. Получаем: $3{,}7x - 2 = -2x + 3{,}13$; $3{,}7x + 2x = 3{,}13 + 2$; $5{,}7x = 5{,}13$.

Разделим обе части уравнения на 5,7. Имеем: $x = \dfrac{5{,}13}{5{,}7} = 0{,}9$.

б) Перенесем слагаемое $(-7x)$ в левую часть данного уравнения, а число 8 – в правую. Имеем: $4{,}2x + 8 = 8 - 7x$; $4{,}2x + 7x = 8 - 8$; $11{,}2x = 0$, откуда находим $x = 0$.

в) $-27x = 5 - 54x$; $27x = 5$; $x = \dfrac{5}{27}$; **г)** $x - 1 = 0{,}4x - 2{,}5$; $0{,}6x = -1{,}5$; $x = -2{,}5$.

294.

	Было	Стало	
грузовые	$1{,}5x$	$1{,}5 - 1{,}2$	на 17 машин больше
легковые	x	$x + 4{,}5$	

$(x + 45) - (1{,}5x - 12) = 17 \Rightarrow x + 45 - 1{,}5x + 12 = 17 \Rightarrow -0{,}5x = -40$;
$x = 80$ – 80 легковых, 120 грузовых, всего 200 машин.

295. **а)** Упростим левую часть этого неравенства и сравним с нулем полученный результат. Получаем: $6\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{3} \cdot 1\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} - 6 = \dfrac{20}{3} - \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{7}{4} + \dfrac{1}{4} - 6 =$

$= \dfrac{20}{3} - \dfrac{7}{12} + \dfrac{1}{4} - 6 = \dfrac{80 - 7 + 3 - 72}{12} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$. После преобразований видно, что $\dfrac{1}{3} > 0$. Следовательно, данное утверждение верно.

б) Сначала упростим левую часть исходного неравенства. Имеем:
$7 + 2424 : (11{,}8 + 0{,}2) + 2{,}3 = 7 + 2424 : 12 + 2{,}3 = 7 + 202 + 2{,}3 = 211{,}3$.
Видно, что значение левой части данного неравенства больше 200.
Следовательно, утверждение $7 + 2424 : (11{,}8 + 0{,}2) + 2{,}3 < 200$ неверно.

§ 5. Линейная функция

296. $V = 120 + 0{,}5x$ – линейная зависимость.

297. $P = 2 \cdot (x + x - 3)$; $P = 4x - 6 \Rightarrow$ линейная функция;
$S = x \cdot (x - 3)$; $S = x^2 - 3x \Rightarrow$ нелинейная функция.

298. Так как ученик купил x марок по 10 р., то он истратил $(10 \cdot x)$ р. Значит, у него осталось $125 - (10 \cdot x)$, то есть y рублей. Значит, можем задать формулой зависимость y от x. Имеем: $125 - 10x = y$. Эта зависимость является линейной функцией по определению, где x – независимая переменная, а y – зависимая.

299. а) $y = 2x - 3$ – линейная, $k = 2$; б) $y = 7 - 9x$ – линейная, $k = -9$;

в) Функция, заданная формулой $y = \frac{x}{2} + 1$, является линейной по определению, так как x – независимая переменная; $k = \frac{1}{2}$, $b = 1$ – числа.

г) Функция, заданная формулой $y = \frac{x}{2} + 1$ не является линейной зависимостью, т.к. эта функция не соответствует общему виду $y = kx + b$ линейной зависимости. Независимая переменная x находится в знаменателе, а не в числителе данной функции.

д) Функция, заданная формулой $y = x^2 - 3$ не является линейной, т. к. не соответствует общему виду $y = kx + b$ линейной функции, потому что переменная x входит во второй степени, а должна (по определению) – в первой.

е) Функция, заданная формулой $y = \frac{10x - 7}{5}$, является линейной, т.к. можно преобразовать к виду $y = kx + b$, разделив каждый член в правой части формулы на 5. Имеем $y = 2x - \frac{7}{5}$ где x – независимая переменная, а y – зависимая, числа $k = 2$, $b = -\frac{7}{5}$.

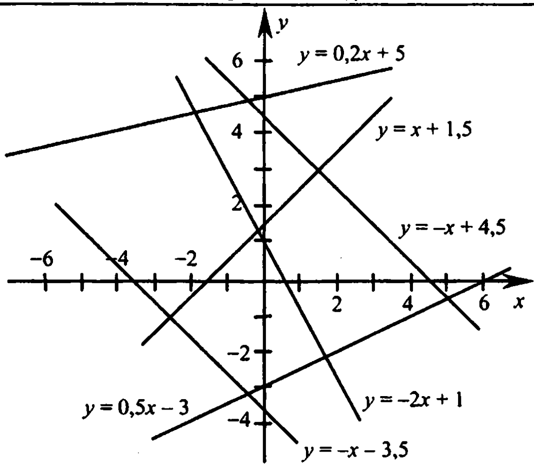
300. Для того, чтобы найти значение y, соответствующее x, надо подставить вместо x в формулу конкретное значение. Получаем: при $x = -12$ $y = 0{,}5 \cdot (-12) + 6 = -6 + 6 = 0$. Аналогично, для $x = 0$ $y = 0{,}5 \cdot 0 + 6 = 6$, для $x = 34$ $y = 0{,}5 \cdot 34 + 6 = 23$.

Для того, чтобы найти, при каком значении x значение y принимает соответствующую величину, надо в формулу вместо y подставить это значение, решить уравнение и вычислить x. Имеем: $y = 0{,}5x + 6$ при $y = -16$ получаем уравнение: $-16 = 0{,}5x + 6$ или $0{,}5x = -22$, откуда $x = -44$. Аналогично, для $y = 0$ имеем: $0 = 0{,}5x + 6$ или $x = -6$, т. е. $x = -12$, для $y = 8$ получаем: $8 = 0{,}5x + 6$ или $2 = x$, т. е. $x = 4$.

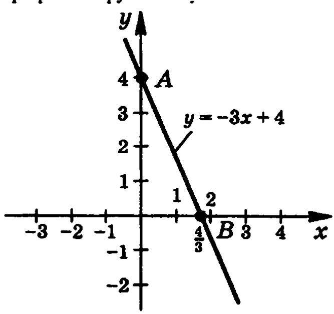
<u>**Ответ**</u>: $x = 0$; 6; 23; $y = -44$; -12; 4.

301. а) если $x = -1{,}5$, то $y = 6$; если $x = 2{,}5$, то $y = -6$; если $x = 4$, то $y = -10{,}5$; б) если $y = -4{,}5$, то $x = 2$; если $y = 0$, то $0{,}5$; если $y = 1{,}5$, то $x = 0$.

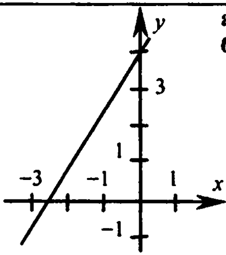
302.



303. Функция $y = -3x + 4$ линейная, поэтому ее графиком является прямая. Используя формулу $y = -3x + 4$, найдем координаты двух точек графика: если $x = 0$, то $y = 4$, если $y = 0$, то $x = \frac{4}{3}$. Отметим точки A (0; 4) и $B\left(\frac{4}{3}; 0\right)$. Проведем через эти точки прямую. Прямая AB является графиком функции $y = -3x + 4$.

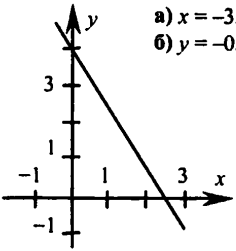


304.



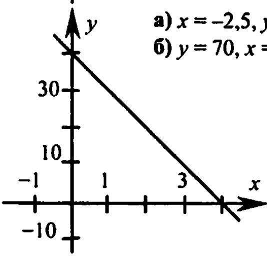
а) $x = -2{,}5$, $y = 7$; $x = 3{,}5$, $y = 8$;
б) $y = -4{,}5$, $x = 5$; $y = 0{,}5$, $x = 17$.

305.



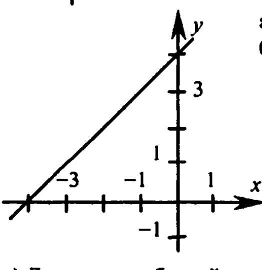
а) $x = -3{,}5$, $y = -1{,}25$; $x = 1{,}5$, $y = 6{,}25$;
б) $y = -0{,}5$, $x = -3$; $y = 4{,}5$, $x = 0{,}3$.

306.



а) $x = -2{,}5$, $y = 65$; $x = 0{,}8$, $y = 32$; $x = 3{,}5$, $y = 5$;
б) $y = 70$, $x = -3$; $y = -10$, $x = 5$; $y = -30$, $x = 7$.

307.



а) $x = 5$, $y = 17{,}5$; $x = 10$, $y = 25$;
б) $y = 85$, $x = 50$.

308. а) Для того, чтобы найти точку пересечения с осью абсцисс графика функции $y = -2{,}4x + 9{,}6$, надо в эту зависимость вместо y подставить значение 0. Таким образом, получаем уравнение: $0 = -2{,}4x + 9{,}6$. Находим из этого уравнения $x = 4$. Значит, точка пересечения этого графика с осью абсцисс равна $x = 4$.

Для того, чтобы определить точку пересечения графика с осью ординат, надо в уравнение графика функции вместо x подставить значение 0. Имеем: $y = -2,4 \cdot 0 + 9,6 = 0 + 9,6 = 9,6$. Значит, при $y = 9,6$ происходит пересечение графика функции с осью ординат.

б) $y = -0,7x - 28$; $A(0; -28)$ и $B(-40; 0)$;

в) $y = 1,2x + 6$; $A(0;6)$ и $B(-5; 0)$; **г)** $y = -5x + 2$; $A(0; 2)$ и $B(0,4; 0)$.

309. а) $y = 0,4x - 12$ – если график пересекает ось 0х, то у = 0;

$0,4x - 12 = 0$; $0,4x = 12$; $x = 30$; $A(30; 0)$;

б) $y = -\frac{1}{3}x + 8$ – если график пересекает ось $0x$, то $y = 0$;

$-\frac{1}{3}x + 8 = 0$; $-\frac{1}{3}x = -8$; $x = 24$; $A(24; 0)$.

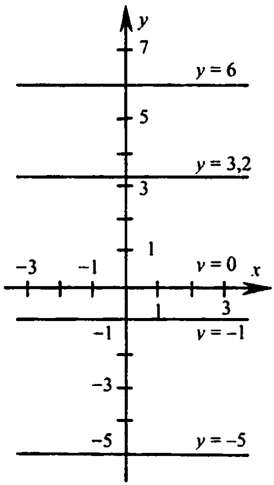
310. а) $A(100; 113)$; $113 = 1,2 \cdot 100 - 7$; $113 = 113 \Rightarrow A \in \Gamma_{y=1,2x-7}$;

б) $B(-15; -25)$; $-25 = 1,2 \cdot (-15) - 7$; $-25 = -25 \Rightarrow B \in \Gamma_{y=1,2x-7}$;

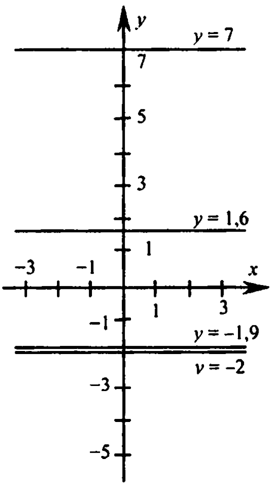
в) $C(-10; 5)$; $5 = 1,2 \cdot (-10) - 7$; $5 \neq 19 \Rightarrow C \notin \Gamma_{y=1,2x-7}$;

г) $D(300; 353)$; $353 = 1,2 \cdot 300 - 7353 = 353 \Rightarrow B \in \Gamma_{y=1,2x-7}$.

311.



312.



313. а) $3 \cdot (0,9x - 1) - (x + 0,6) = -0,2$;
$2,7x - 3 - x - 0,6 = -0,2$;
$1,7x = -0,2 + 3,6$;
$1,7x = 3,4$; $x = 2$;

б) $7 - (3,1 - 0,1y) = 3 - 0,2y$;
$7 - 3,1 + 0,1y = 3 - 0,2y$;
$3,9 - 3 = -0,2y - 0,1y$;
$0,9 = -0,3y$; $y = -3$.

314. а) $\frac{n+18}{19}$ – правильная дробь, если $n = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10;$

б) $\dfrac{7}{n+2}$ неправильная дробь, если $n = 1; 2; 3; 4; 5$.

315. I бригада – x; II бригада – $x + 10$; III бригада – $0{,}3 \cdot (2x + 10)$; всего 65 деталей; $x + x + 10 + 0{,}3 \cdot (2x + 10) = 65$; $2x + 10 + 0{,}6x + 3 = 65$; $2{,}6x = 52$; $x = 20$. 20 деталей изготовила I бригада, 30 деталей – II бригада, 15 деталей – III бригада.

316. **а)** $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$; **б)** $(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$; **в)** $(n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 3n + 15$.

317. $s = 12t$ – прямая пропорциональность.

318. $C = 2\pi R$ – прямая пропорциональность.

319. **а)** Функция, заданная формулой $y = -5x$, является прямой пропорциональностью, т. к. она задается формулой вида $y = kx$, где $k = -5$, x – независимая переменная.

б) Функция, заданная формулой $y = x^2$, не является прямой пропорциональностью, т. к. ее нельзя задать формулой вида $y = kx$, потому что переменная x имеет вторую степень.

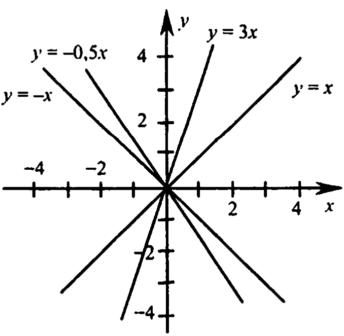
в) $y = x/5$ – прямая пропорциональность;

г) Функция, заданная формулой $y = x + 5$, не является прямой пропорциональностью, т. е. ее нельзя задать формулой $y = kx$, потому что она имеет свободный член 5, независящий от x.

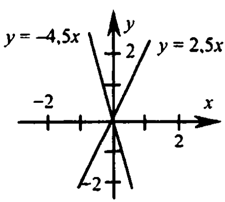
320.

а)	x	-9	0	1	4
	y	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$
б)	y	0	$-1\frac{1}{2}$	10	1
	x	0	3	-60	-6

321.



322.

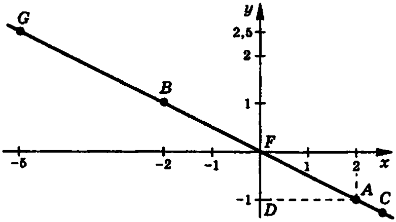


323. Найдем координаты какой-нибудь точки графика, отличной от начала координат: если $x = 2$, то $y = -\frac{1}{2} \cdot 2 = -1$. Отметим точку $A\ (2; -1)$ и проведем через нее и начало координат прямую (рис.) Эта прямая – график функции $y = -0{,}5x$.

Для того, чтобы найти значение y, соответствующее x, равному (-2), надо через точку $x = -2$ оси x провести перпендикуляр к оси x. Этот перпендикуляр пересечет график функции в точке $B\ (-2; 1)$. Значит, $y = 1$ – соответствующее значение для $x = -2$. Аналогично, для $x = 4$: $C\ (4; -2)$, т. е. $y = -2$, для $x = 1$: $D\ (1; -0{,}5)$, т. е. $y = -0{,}5$.

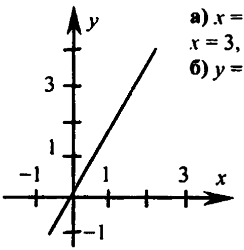
Для того, чтобы определить, при каком x значение $y = -1$, надо через точку оси y провести перпендикуляр, который пересечет график функции в точке $A\ (2; -1)$, т. е. $x = 2$. Аналогично. для $y = 0$: $F\ (0; 0)$, т. е. $x = 0$, для $y = 2{,}5$: $G\ (-5; 2{,}5)$, т. е. $x = -5$.

Для того, чтобы ответить на вопрос, существует ли такое x, при котором $y = -150$, надо подставить в формулу $y = -0{,}5x$ вместо y значение (-150) и, решив уравнение, найти x. Имеем: $-150 = -0{,}5x$, $x = 300$, т. е. такое x существует.



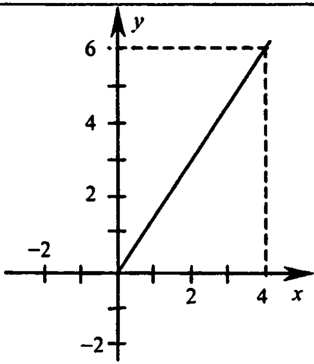
<u>**Ответ**</u>: а) для $x = -2$ $y = 1$; для $x = 4$ $y = -2$; для $x = 1$ $y = -0{,}5$;
б) для $y = -1$ $x = 2$; для $y = 0$ $x = 0$;
для $y = 2{,}5$ $x = -5$; существует $x = 300$.

324.



а) $x = 2, y = 4$; $x = 2{,}5, y = 5$;
$x = 3, y = 6$; $x = 4, y = 8$;
б) $y = 7, x = 3{,}5$.

325.



$y \approx 4x.$

326. **а)** $t_{пеш} = 4$ часа; $t_{вел} = 2$ часа; **б)** $s_{пеш} = 20$ км; $s_{вел} = 30$ км;
в) $v_{пеш} = 5$ км/ч; $v_{вел} = 15$ км/ч;
г) $30 : 10 = 3$ – во столько раз путь велосипедиста больше, чем пешехода.

327. $0 \le F \le 1000;\ y = \dfrac{1}{125}F$.

328. $A(0;\ 1);\ -1 = -0{,}5 \cdot 0;\ -1 \ne 0 \Rightarrow A \notin \Gamma_{y=-0,5x}$;

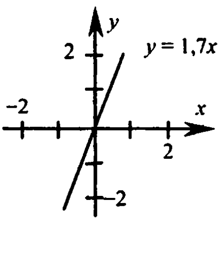
$B\left(-1; \dfrac{1}{2}\right);\ \dfrac{1}{2} = -0{,}5 \cdot (-1);\ \dfrac{1}{2} = 0{,}5 \Rightarrow B \in \Gamma_{y=-0,5x}$;

$C(2;\ -1);\ -1 = -0{,}5 \cdot 2;\ -1 = -1 \Rightarrow C \in \Gamma_{y=-0,5x}$;
$D(4;\ -2);\ -2 = -0{,}5 \cdot 4;\ -2 = -2 \Rightarrow D \in \Gamma_{y=-0,5x}$.

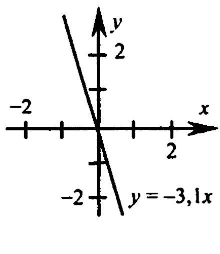
329. **а)** $y = -\dfrac{1}{3}x$; $A(6;\ -2)$; $E(0;\ 0)$ – принадлежат $\Gamma_{y=-(1/3)x}$;

б) $y = 5x$; $B(-2;\ 10)$; $E(0;\ 0)$ – принадлежат $\Gamma_{y=5x}$.

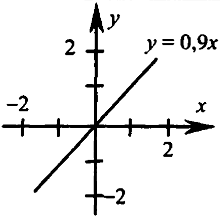
330. **а)**



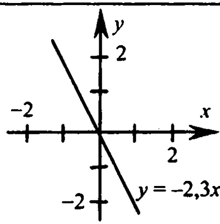
б)



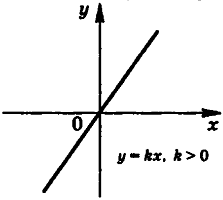
в)



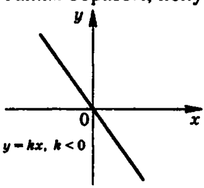
г)



д) Так как число $k < 0$, этот график функции, заданный формулой $y = kx$, будет располагаться в I и III координатных четвертях. Таким образом, получаем график функции.



е) Так как коэффициент $k < 0$, то график функции, заданный формулой $y = kx$, будет располагаться во II и IV координатных четвертях. Таким образом, получаем график функции.



331. Так как прямые I и II лежат в I и III координатных четвертях, то знак коэффициента k будет положительным. Точка A (2; 6) принадлежит графику функции I, поэтому можем записать зависимость этой функции, найдя коэффициент k. Для этого подставим координаты точки A в уравнение вида $y = kx$. Имеем: $6 = k \cdot 2$, т. е. $k = 3$. Получаем формулу $y = 3x$. Аналогично, для графика II. Точка B (2; 2) принадлежит этому графику. Имеем: $2 = k \cdot 2$, т. е. $k = 1$. Формула $y = x$.

Так как прямые III и IV лежат во II и IV координатных четвертях, то знаки коэффициентов k будут отрицательные. Точка C (4; –2) принадлежит графику функции III. Получаем: $-2 = k \cdot 4$, т. е. $k = -\frac{1}{2}$. Формула $y = -\frac{1}{2}x$. Точка $D\,(2; -4)$ принадлежит графику IV. Имеем:

$-4 = k \cdot 2$, т. е. $k = -2$. Формула $y = -2x$.

Ответ: I – $y = 3x$, II – $y = x$, III – $y = -x$, IV – $y = -2x$.

332. **а)** $1 - 1{,}7x - (0{,}8x + 2) = 3{,}4$;
$1 - 1{,}7x - 0{,}8x - 2 = 3{,}4$;
$-2{,}5x = 4{,}4$;
$x = 1{,}76$.

б) $5 - 0{,}2y = 0{,}3y - 39$;
$-0{,}5y = -44$;
$y = 88$;

333. **а)** $-21 \cdot (4 - 10a) - 54a = -84 + 210a - 54a = -84 + 156a$;
б) $28 - 10d + 4 \cdot (d + 18) = 28 - 10d + 4d + 72 = 100 - 6d$.

334. **а)** $5a > 0$; **б)** $-10a < 0$; **в)** $a + 6 > 0$; **г)** $-a < 0$; **д)** $\frac{a}{8}$; **е)** $-\frac{4}{a} < 0$.

335. **а)** Чтобы выяснить, каково взаимное расположение графиков функций $y = 7x - 4$ и $y = 7x + 8$, рассмотрим уравнение $7x - 4 = 7x + 8$ или $0 = 12$ – значит уравнение не имеет корней, и графики функций параллельны.
б) $10x + 8 = -10x + 6$; $20x = -2$; $x = 0{,}1$ – единственное решение, значит графики функций $y = 10x + 8$ и $y = -10x + 6$ пересекаются.
в) Чтобы выяснить, каково взаимное расположение графиков функций $y = 3x - 5$ и $y = -6x + 1$, рассмотрим уравнение $3x - 5 = -6x + 1$, $9x = 6$, $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ – уравнение имеет единственный корень. Значит, графики функций пересекаются.
г) $-4x = -4x - 5$; $0 = -5$ – неверно, решений нет, значит графики параллельны.

336. **1)** $y = -20x + 13$; **2)** $y = 3{,}7x - 13$; **3)** $y = -8 - 20y$;
4) $y = -3{,}6x - 8$; **5)** $y = 3{,}6x + 8$; **6)** $y = -3{,}6x$.
Параллельны – (1) и (3), (4) и (6); пересекаются (1) и (2); (5) и (6).

337. **а)** Параллельны графику функции $y = 0{,}5x + 10$ будут графики, у которых угловые коэффициенты одинаковы с данным. Таким образом, этими графиками функций являются: $y = 0{,}5x - 6$, $y = 0{,}5x + 4$, $y = 0{,}5x$.
б) Пересекают график функции $y = -1{,}5x$ те графики, у которых угловые коэффициенты различаются. Таким образом, получаем, что графики функций: $y = 0{,}5x - 6$, $y = 0{,}5x + 4$, $y = 0{,}5x$, $y = 3 + 1{,}5x$ пересекают график функции $y = -1{,}5x$.

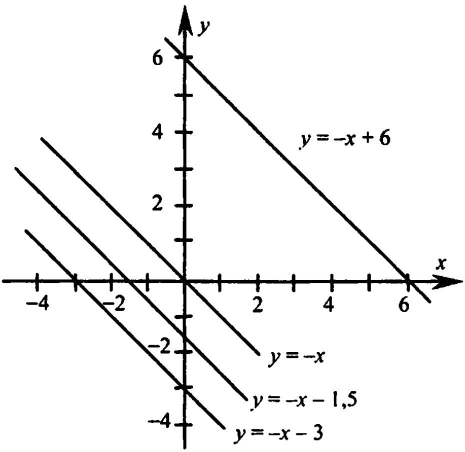
338. $y = 2{,}5x + 4$; **а)** параллелен: $y = 2{,}5x - 7{,}6$; **б)** пересекает: $y = 3x + 1$.

339. **а)** $y = 5x + 7$; $y = 5x - 1{,}4$; **б)** $y = -2x - 1$; $y = 2x + 1$.

340. а) $10x - 8 = -3x + 5$; $13x = 13$; $x = 1 \Rightarrow y = 2$, пересекаются в $(1; 2)$;
б) $14 - 2{,}5x = 1{,}5x - 18$; $-4x = -32$; $x = 8 \Rightarrow y = -6$; пересекаются в $(8; -6)$;
в) $20x - 70 = 70x + 30$; $50x = -100$; $x = -2 \Rightarrow y = -110$; пересекаются в $(-2; -110)$;
г) $3x - 8 = 25x + 4$; $12x = 12$; $x = 1 \Rightarrow y = 29$; пересекаются в $(1; 29)$;
д) $14x = x + 26$; $13x = 26$; $x = 2 \Rightarrow y = 28$; пересекаются в $(2; 28)$;
е) $-5x + 16 = -6$; $-5x = -22$; $x = 4{,}4 \Rightarrow y = -6$; пересекаются в $(4{,}4; -6)$.

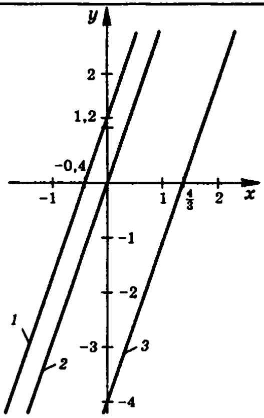
341. а) $y = -6x + 9$; $y = 2x - 7$ – пересекаются $A(2; -3)$;
б) $y = -0{,}5x + 2$; $y = 2{,}5x - 10$ – пересекаются $B(4; 0)$;
в) $y = 0{,}2x - 9$; $y = \frac{1}{5}x + 1$ – параллельны;
г) $y = x$; $y = -3x + 3{,}6$ – пересекаются $C(0{,}9; 0{,}9)$

342.



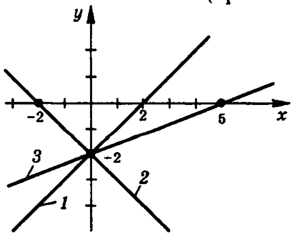
343. а) $y = x + 11$; $y = -6x + 11$ – пересекаются в $(0; 11)$;
б) $y = -9x - 6$; $y = 4x - 6$ – пересекаются в $(0; -6)$.

344. а) Данные графики вида $y = 3x - b$ имеют один и тот же угловой коэффициент ($k = 3$). Поэтому они будут параллельны. Учтем, что величина b для этих графиков различна. Так как значение b – это то значение, при котором график пересекает ось y, то такие точки пересечения будут различными. При $b = 1{,}2$ функция имеет вид $y = 3x + 1{,}2$. Ее график пересекает ось x в точке $x = -0{,}4$ и ось y – в точке $y = 1{,}2$ (прямая l).



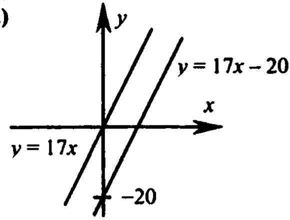
При $b = 0$ функция является прямой пропорциональностью $y = 3x$. График ее проходит через начало координат (прямая *2*).
При $b = -4$ функция имеет вид $y = 3x - 4$. График ее пересекает ось x в точке $x = \dfrac{4}{3}$ и ось y – в точке $y = -4$ (прямая *3*).

б) Данные графики вида $y = kx - 2$ имеют одно и то же значение b ($b = -2$). Поэтому эти графики будут пересекать ось y в одной и той же точке $y = -2$ (т. к. при $x = 0$ $y = k \cdot 0 - 2 = -2$).
При $k = 1$ функция имеет вид $y = x - 2$ и пересекает ось x в точке $x = 2$ (прямая *1*).
При $k = -1$ функция описывается формулой $y = -x - 2$. График этой функции пересекает ось x в точке $x = -2$ (прямая *2*).
При $k = 0{,}4$ функция имеет вид $y = 0{,}4x - 2$. Эта функция пересекает ось x в точке $x = \; = 5$ (прямая *3*).

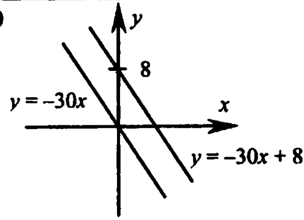


345. а) $y = 0{,}8x - 1{,}6 \rightarrow y = 0{,}8x$ – проходит через I и III координатные углы;
б) $y = -0{,}4 + 1 \rightarrow y = -0{,}4x$ – проходит через II и IV координатные углы.

346. а)



б)



347. I – $A(0; 2)$ и $B(-1,5; 0)$; т.к. график пересекает ось Oy в точке $(0; 2)$, то $b = 2$; т.к. график пересекает ось Ox в точке $(-1,5; 0)$,

то $0 = -1,5a + 2$; $-2 = -1,5a$; $a = \frac{4}{3} \Rightarrow y = 1\frac{1}{3}x + 2$;

II – $C(0; -1)$ и $D(-1; 0)$; т.к. график пересекает ось Oy в точке $(0; -1)$, то $b = -1$; т.к. график пересекает ось Ox в точке $(-1; 0)$,

то $0 = a \cdot (-1) - 1$; $1 = -a$; $a = -1 \Rightarrow y = -x - 1$.

348. Пусть x т зерна привезли в I день, тогда $0,8x$ т зерна привезли во II день. $x + 0,8x = 1440$; $1,8x = 1440$; $x = 800$ т зерна привезли в I день.

349. а) $2n \cdot (2n + 2)$; б) $(2n + 1) \cdot (2n - 1)$.

350. а) Так как a и b разных знаков, то их произведение будет отрицательным. Имеем: $ab < 0$.

б) $ab < 0$; в) $-7ab > 0$; г) $1 - ab > 0$.

Дополнительные упражнения к главе II

351. а) $m = 13,6V$; б) $V = \frac{m}{13,6}$.

352. $n : 5 = k$ (3 ост.); $n = 5k + 3$.

353. $y = 5x + 10$; $x \neq 0$; если $x = 4$, то $y = 30$; если $x = 7$, то $y = 45$.

354. а) $t = 4$ часа; б) $v_{ср} = 4$ км/ч; в) $t_I = 30$ мин; $t_в = 25$ мин; г) $s_I = 6$ км; $s_{III} = 5$ км; д) $t_1 = 1,5$ часа; $t_2 = 3$ ч 35 мин.

355. x – независимая, y – зависимая переменная;

а) если $x = -3,5$, то $y = -4$; если $x = -2,8$, то $y = -3$; если $x = 2$, то $y = 2$; если $x = 5,8$, то $y = 5$.

б) если $y = -3$, то $x = -3$; $x = -2,1$; $x = -2,8$; если $y = 1$, то $x = 1,3$; если $y = 5$, то $x = 5,2$; $x = 5,8$;

356. $y = 5,8x - 4 \cdot (1,2x - 2,5) \Rightarrow y = x + 10$.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	6	7	8	9	10	11	12	13	14

357. Найдем значение, которое принимает y при $x = -1,4$. Для этого подставим в формулу $y = -0,5\ (8 - x)$ вместо x значение $(-1,4)$. Получаем:

$y = -0{,}5 \cdot (8 + 1{,}4) = -\frac{1}{2} \cdot 9{,}4 = -4{,}7$. Аналогично, для $x = 2{,}6$ имеем

$y = -0{,}5 \cdot (8 - 2{,}6) = -\frac{1}{2} \cdot 5{,}4 = -2{,}7$, при $x = 8{,}8$ получаем

$y = -0{,}5 \cdot (8 - 8{,}8) = -\frac{1}{2} \cdot (-0{,}8) = 0{,}4$.

Для того, чтобы определить значение, которое принимает x при $y = -3{,}4$, надо в формулу $y = -0{,}5\ (8 - x)$ подставить вместо y значение $(-3{,}4)$. Получаем уравнение: $-3{,}4 = -0{,}5\ (8 - x)$ или $3{,}4 \cdot 2 = 8 - x$. Решая это уравнение, находим, что $x = 1{,}2$.
Аналогично, для $y = -1{,}8$: $-1{,}8 = -0{,}5\ (8 - x)$ или $3{,}6 = 8 - x$, т. е. $x = 4{,}4$; при $y = 2{,}4$: $2{,}4 = -0{,}5\ (8 - x)$ или $-4{,}8 = 8 - x$, т. е. $x = 12{,}8$. Таким образом, заполняем таблицу.

x	$-1{,}4$	$1{,}2$	$2{,}6$	$4{,}4$	$8{,}8$	$12{,}8$
y	$-4{,}7$	$-3{,}4$	$-2{,}7$	$-1{,}8$	$0{,}4$	$2{,}4$

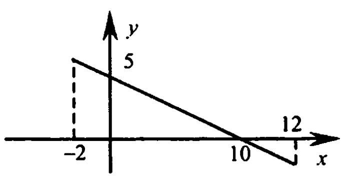
358. а) Знаменатель функции $y = \frac{7}{x^2 - 4}$ обращается в ноль в том случае, если $x = 2$ или $x = -2$. Значит, областью определения данной функции являются все числа, кроме -2 и 2.

б) Видно, что ни при каких x знаменатель функции $y = \frac{8}{x^2 + 4}$ не обращается в нуль. Значит, областью определения данной функции являются все числа.

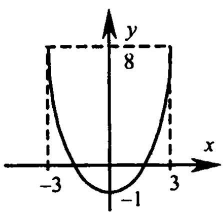
359. а) Если $x = 10$, то $y = 165$; если $x = 30$, то $y = 195$;
б) если $y = 150$, то $x = 0$; $y = 180$, то $x = 20$.

360. а) Если $x = 2{,}5$, то $y = 80$; если $x = 4$, то $y = 68$;
б) если $y = 20$, то $x = 10$; если $y = 36$, то $x = 8$.

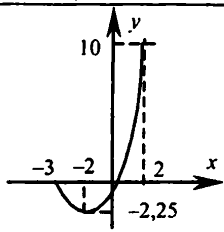
361. а) $y = \frac{1}{2} \cdot (10 - x)$, $-2 \le x \le 12$;



б) $y = (x - 1) \cdot (x + 1)$, $-3 \le x \le 3$;



в) $3x + x^2$; $-3 \le x \le 2$.

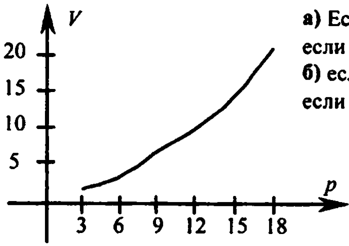


362. а) При $x = -0{,}5$ и $x = 3$ значения функций совпадают;

б) при $x < -0{,}5$ и $x > 3$ значения второй функции больше, чем значения первой функции;

в) при $-0{,}5 < x < 3$ значения второй функции меньше, чем значения первой функции.

363.



а) Если $h = 5$ см, то $V \approx 2{,}8$ л;
если $h = 10$ см, то $V \approx 7$ л;
б) если $V = 4$ л, то $h \approx 6{,}5$ см;
если $V = 10$ л, то $h \approx 12{,}5$ см.

364. а) Из графика видно, что расстояние от дома до озера составляет 8 км.

б) До озера рыболов шел 1,5 часа и столько же (т. е. 1,5 ч) он затратил на обратный путь.

в) Когда расстояние было постоянно (по графику), рыболов находился на озере, то есть 6,5 часов.

г) По графику видно, что через 1 час после выхода из дома он был на расстоянии 5 км от дома.

д) Через 1 ч 15 мин после выхода рыболов был на расстоянии 6 км от дома.

е) Средней скоростью называется величина, равная отношению всего пути ко всему времени движения. Весь путь равен 8 км, время движения туда равно 1,5 ч. Значит, средняя скорость на пути к озеру

$v_1 = \dfrac{8}{1{,}5} = \dfrac{8}{3/2} = \dfrac{16}{3} = 5\dfrac{1}{3}$ км/ч. Время движения обратно равно 1,5 ч.

Значит, средняя скорость на обратном пути $v_2 = \dfrac{8}{1{,}5} = 5\dfrac{1}{3}$ км/ч.

<u>Ответ</u>: **а)** 8 км, **б)** 1,5 ч; 1,5 ч; **в)** 6,5 ч; **г)** 5 км;

д) 1 ч 15 мин; е) $5\frac{1}{3}$ км/ч, $5\frac{1}{3}$ км/ч.

365. Линейные функции: **а), б), г), е)**.

366. 1) Если $x = -25$, то $y = -9$;
если $x = -12$, то $y = -6{,}4$;
если $x = 45$, то $y = 5$;
если $x = 60$, то $y = 8$;
2) если $y = 0$, то $x = 20$;
если $y = 1$, то $x = 25$;
а) $x = y$ при $x = -5$;
б) $x = -y$, при $x = 3\frac{1}{3}$.

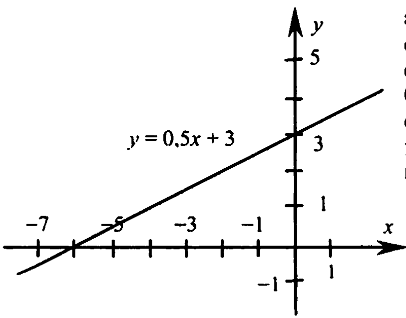
367. **а)** Так как зависимость y от x является линейной функцией, то она имеет вид $y = kx + b$. Известны значения этой функции: при $x = 0$ $y = -8$ и при $x = 2$ $y = 12$. Подставим первое значение в формулу для функции: $-8 = k \cdot 0 + b$ или $-8 = b$, т. е. $b = -8$. Теперь уже функция имеет вид $y = kx - 8$.
Подставим в это соотношение второе значение: $12 = k \cdot 2 - 8$ или $12 + 8 = 2k$, откуда $k = 10$. Таким образом, определили вид этой зависимости $y = 10x - 8$.
Теперь легко заполнить оставшиеся свободные клетки данной таблицы. Получаем: для $x = -2$ $y = 10 \cdot (-2) - 8 = -28$; для $x = 4$ $y = 10 \cdot 4 - 8 = 32$; для $x = 6$ $y = 10 \cdot 6 - 8 = 52$. Результаты внесены в таблицу.

x	-2	0	2	4	6
y	-28	-8	12	32	52

368. $y = 10x + 1$.

369. $m = 400 + 5x$ – линейная функция.

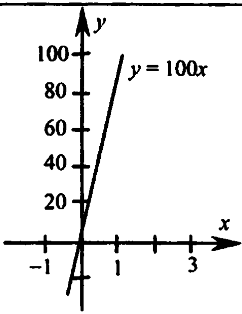
370.



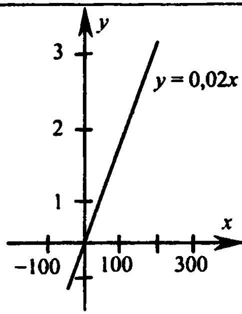
а) Если $x = -4$, то $y = 1$;
если $x = -1$, то $y = 2{,}5$;
если $x = 4$, то $y = 5$;
б) если $y = -2$, то $x = -10$;
если $-0{,}5$, то $x = -7$;
$y = 6$, то $x = 6$;
в) $A(-6; 0)$; $B(0; 3)$

371. Если $x = -12$, то $y = 90$;
если $x = 20$, то $y = -150$;
если $x = 4$, то $y = -330$.
если $y = -1500$, то $x = 200$;
если $y = 1200$, то $x = -160$;

372. а)



б)



373. а) $A(12; 10)$; $10 = 1{,}25 \cdot 12 \cdot 5$; $10 = 10 \Rightarrow A \in \Gamma_{y=1{,}25x-5}$;

б) $K(-20; -30)$; $-30 = 1{,}25 \cdot (-20) - 5$; $-30 = -30 \Rightarrow K \in \Gamma_{y=1{,}25x-5}$;

в) $P(3; 5)$; $5 = 1{,}25 \cdot 3 - 5$; $5 \neq 125 \Rightarrow P \notin \Gamma_{y=1{,}25x-5}$;

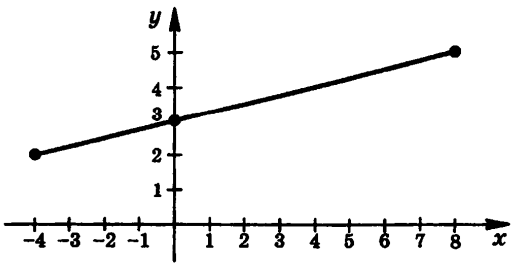
г) $Q(20; -20)$; $-20 = 1{,}25 \cdot 20 - 5$; $-20 \neq 20 \Rightarrow Q \notin \Gamma_{y=1{,}25x-5}$.

374. Если точка принадлежит графику, то ее координаты удовлетворяют уравнению, значит: $-1{,}4 = 3{,}5 \cdot a$; $a = -0{,}4$; $A(-0{,}4; -1{,}4)$.

375. Для того, чтобы построить график функции $y = x + 3$ (где $-4 \leq x \leq 8$), надо составить таблицу. Получаем: при $x = -4$ $y = -1 + 3 = 2$, при $x = 0$ $y = 3$, при $x = 8$ $y = \frac{1}{4} \cdot 8 + 3 = 2 + 3 = 5$.

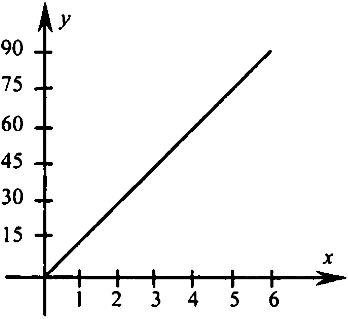
x	-4	0	8
y	2	3	5

Теперь строим график.



Из графика видно, что эта функция может принимать такие целые значения, как: 2; 3; 4; 5.

376.



$y = 15x$

а) если $x = 3$ ч, то $y = 45$ км;
если $x = 3$ ч 40 мин, то $y = 55$ км;
б) если $y = 50$ км, то $x \approx 3{,}4$ ч.

377. $v = 331 + 0{,}6t$; если $t = -35$°C, то $v = 310$ м/с; если $t = +30$°C, то $v = 349$ м/с.

378. а) Условие пересечения графика линейной функции с осью x определяется тем, что ордината y точки пересечения графика должна быть равна нулю. Таким образом, получаем уравнение, подставляя вместо y значение 0 в формулу $y = 100 - 25x$. Имеем: $0 = 100 - 25x$. Решая это уравнение, получаем, что $x = 4$. Значит, график функции пересекает ось x в точке A (4; 0).

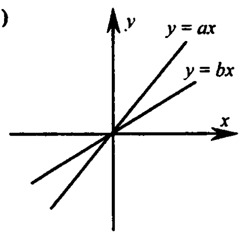
б) $y = 7x + 49$, точка пересечения с осью Ox: $B(-7; 0)$;

в) $y = 200x$, точка пересечения с осью Ox: $C(0; 0)$;

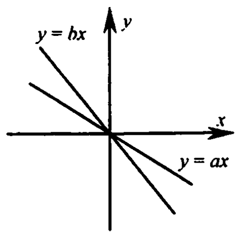
г) $y = -75x$, точка пересечения с осью Ox: $D(0; 0)$;

д) Эта функция не зависит от x, ее график представляет собой прямую, параллельную оси x. Поэтому график функции, заданный формулой $y = -15$, не пересекает ось x.

379. а)



б)



380. Так как графики данных функций параллельны, то k = $-0{,}4 \Rightarrow$
$y = -0{,}4x + 1$; $M(50; -19)$; $-19 = -0{,}4 \cdot 50 + 1$; $-19 = -19 \Rightarrow M \in \Gamma_{y = -0{,}4x + 1}$.

381. Графики данных функций параллельны $\Rightarrow h = 1{,}5 \Rightarrow y = 1{,}5x + b$. Так как $A(2; 3)$ принадлежит графику функции $y = 1{,}5x + b$, то $3 = 1{,}5 \cdot 2 + b$; $b = 0$, следовательно, искомая функция $y = 1{,}5x$.

382. Так как график второй функции параллелен оси абсцисс, то это функция вида $y = b$. Так как $M(5; 8)$ принадлежит графику функции $y = b$, то $b = 8 \Rightarrow$ искомая функция $y = 8$.

383. **а)** $4x + 9 = 6x - 5$;
$2x = 14$;
$x = 7 \Rightarrow y = 37$;
$A(7; 37)$;

б) $16x - 7 = 21x + 8$;
$-5x = 15$;
$x = -3 \Rightarrow y = -55$;
$B(-3; -55)$;

в) $10x - 7 = 5$;
$10x = 12$;
$x = 1{,}2 \Rightarrow y = 5$; $C(1{,}2; 5)$;

г) $0{,}1x = 14$;
$x = 140 \Rightarrow y = 14$;
$D(140; 14)$.

384. $y_1 = 3x + 2$; $y_2 = -2x + 3$; $y_3 = 0{,}5x - 2$.
Начало координат лежит внутри треугольника. Этот вывод можно получить и не строя прямые: по координатам пересечения графиков с осью Oy. 1) (0;2); 2) (0; –2); 3) (0;3).

Глава III

Степень с натуральным показателем

§ 6. Степень и ее свойства

385. **а)** $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,9^3$; **б)** $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = (-6)^4$;

в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$; **г)** $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 5}_{25\text{ раз}} = 5^{25}$; **д)** $ccccccc = c^7$;

е) $\underbrace{y \cdot y \cdot \ldots \cdot y}_{12\text{ раз}} = y^{12}$; **ж)** $(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = (-x)^5 = -x^5$;

з) $(a-b) \cdot (a-b) = (a-b)^2$; **и)** $(xy)(xy)(xy)(xy)(xy) = (xy)^5$.

386. **а)** $3,5^4 = 3,5 \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot 3,5$ – основание 3,5; показатель степени 4;

б) В числе $(-0,1)^3$ основание степени – число $(-0,1)$, а показатель степени 3.

в) $804^2 = 804 \cdot 804$ – основание 804; показатель степени 2;

г) $(-100)^4 = (-100) \cdot (-100) \cdot (-100) \cdot (-100)$ – основание – 100;

д) В выражении $\left(\frac{1}{2}x\right)^5$ основание степени $\left(\frac{1}{2}x\right)$, показатель степени – число 5.

387. **а)** $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$; **б)** $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$; **в)** $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$;

г) $3^5 = 243$; **д)** $(-7,8)^2 = 60,84$; **е)** $(-1,5)^3 = -3,375$; **ж)** $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$;

з) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}$; **и)** $\left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$; **к)** $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8}$.

388. **а)** $25^2 = 625$; **б)** $8^4 = 4096$; **в)** $7^3 = 343$; **г)** $7^5 = 16\,807$;

д) $(-0,9)^3 = -0,729$; **е)** $(-2,4)^2 = 5,76$; **ж)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$; **з)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$.

389. **а)** $4,15^3 = 7,1473375$; **б)** $(-0395)^5 = -0,9039207968$;

в) $1,42^6 = 8,1584181170944$; **г)** $2,08^3 : 1,56 = 5,7665333333$;

д) $1,67^4 \cdot 8,3 = 64,557094643$.

390. **а)** $8,49^4 = 5195,54081601$; **б)** $(-1,062)^3 = -1,197770328$;

в) $2,73^5 \cdot 27,4 = 4154,9308285048$; **г)** $(1,39 - 7,083)^3 = 668,291319817$.

391.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	12683	59049

392. **а)** Чтобы представить данные числа в виде квадрата, надо подобрать соответствующие числа. Тогда легко сообразить, что $0{,}81 = 0{,}9^2$;

$0{,}16 = 0{,}4^2$; $144 = 12^2$; $\frac{25}{169} = \left(\frac{5}{13}\right)^2$; $1\frac{24}{25} = \frac{49}{25} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \left(1\frac{2}{5}\right)^2$; (дробь была обращена в неправильную); $0{,}0004 = (0{,}02)^2$.

б) $64 = 4^3$; $-216 = (-6)^3$; $0{,}008 = (0{,}2)^3$; $-\frac{1}{64} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3$;

$4\frac{17}{27} = \frac{125}{27} = \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \left(1\frac{2}{3}\right)^3$;

в) $10 = 10^1$; $100 = 10^2$; $1000 = 10^3$; $1\,000\,000 = 10^6$;

г) $125 = 5^3$; $625 = 5^4$; $15\,625 = 5^6$.

393. **а)** $8 = 2^2$; **б)** $81 = 9^2$; **в)** $125 = 5^3$; **г)** $64 = 8^2 = 4^3$;

д) $0{,}001 = 0{,}1^3$; **е)** $3\frac{3}{8} = \frac{27}{8} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$; **ж)** $1\frac{11}{25} = \frac{36}{25} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$.

394. **а)** $71^2 > 0$; **б)** $(-25)^3 < 0$; **в)** $(-5{,}9)^3 < (-5{,}9)^2$; **г)** $(-2{,}3)^{12} > (-8{,}6)^{10}$.

395. **а)** $7 \cdot 5^2 = 7 \cdot 25 = 175$; **б)** $(7 \cdot 5)^2 = 35^2 = 1225$; **в)** $(-0{,}4)^3 = -0{,}064$;

г) $-0{,}04^3 = -0{,}064$; **д)** $-3 \cdot 2^5 = -3 \cdot 32 = -96$; **е)** $-6^2 \cdot (-12) = -36 \cdot (-12) = 432$.

396. **а)** $34^2 - 175 = 1156 - 175 = 981$; **б)** $605 + 78^2 = 605 + 6084 = 6689$;

в) $42^2 \cdot 9 = 1764 \cdot 9 = 15\,876$; **г)** $18^2 : 27 = 324 : 27 = 12$;

д) $75^2 + 25^2 = 5625 + 625 = 6250$; **е)** $59^2 - 36^2 = 3481 - 1296 = 2185$.

397. **а)** $9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 9 \cdot \frac{25}{36} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$; **б)** $\left(9 \cdot \frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{225}{4} = 56{,}25$;

в) $(-10)^6 = 1\,000\,000$; **г)** $-10^6 = -1\,000\,000$;

д) $4 \cdot 5^3 = 4 \cdot 125 = 500$; **е)** $-5 \cdot 2^5 = -5 \cdot 32 = -160$;

ж) $-2^4 \cdot 15 = -16 \cdot 15 = -240$; **з)** $2700 \cdot (-0{,}1)^3 = 2700 \cdot (-0{,}001) = -2{,}7$.

398. **а)** $7^2 + 3^2 = 49 + 27 = 76$; **б)** $6^3 + 8^2 = 36 + 64 = 100$;

в) $(6 + 8)^2 = 14^2 = 196$; **г)** $10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$;

д) $(10 - 3)^2 = 7^2 = 49$; **е)** $2^4 - 3^2 = 16 - 9 = 7$;

ж) $11 - 3^4 = 11 - 81 = -70$; **з)** $(6 - 8)^5 = (-2)^5 = -32$; **и)** $4^3 - 2^2 = 64 - 4 = 60$.

399. **а)** $-1^3 + (-2)^3 = -1 - 8 = -9$; **б)** $-6^2 - (-1)^4 = -36 - 1 = -37$;

в) $-8^3 + (-3)^3 = -512 - 27 = -539$; **г)** $10 - 5 \cdot 2^4 = 10 - 80 = -70$;

д) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4 = 162 - 48 = 114$; **е)** $2 \cdot 5^3 + 5 \cdot 2^3 = 250 + 40 = 290$;

ж) $3^4 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4} = 81 - \frac{4}{25} \cdot \frac{25}{4} = 81 - 1 = 80$;

з) $0{,}2 \cdot 3^3 - 0{,}4 \cdot 2^4 = 5{,}4 - 6{,}4 = -1$; **и)** $8 \cdot 0{,}5^3 + 25 \cdot 0{,}2^2 = 1 + 1 = 2$.

400. а) $x=-2$, $8\cdot(-2)^3=-64$; $x=-1$, $8\cdot(-1)^3=-8$; $x=0$, $8\cdot0=0$; $x=3$, $8\cdot3^3=216$.
б) $a=-25$, $70-625=-555$; $a=1$, $70-1=69$; $a=10$, $70-100=-30$.

401. а) Для того, чтобы найти значение выражения $0{,}01y^4$, вместо y подставим в него конкретное значение. Получаем:
при $y=-2$ $\quad 0{,}01\cdot(-2)^4=0{,}01\cdot16=0{,}16$;
при $y=3$ $\quad 0{,}01\cdot3^4=0{,}01\cdot81=0{,}81$;
при $y=10$ $\quad 0{,}01\cdot10^4=0{,}01\cdot10\,000=100$.

402. а) Если $x=9$, то $9^2=81$; $-9^2=-81$; $(-9)^2=81$;
если $x=-6$, то $(-6)^2=36$; $-(-6)^2=-36$; $(-6))^2=36$;
б) если $x=4$, то $4^3=64$; $-4^3=-64$; $(-4)^3=-64$;
если $x=-3$, то $(-3)^3=-27$; $-(-3)^3=27$; $(-(-3))^3=27$.

403. $x^5+x^4+x^3+x^2+x$; если $x=-1$, то $-1+1-1+1-1=-1$;
если $x=0$, то $0+0+0+0+0=0$;
если $x=10$, то $100\,000+10\,000+1000+100+10=111\,110$.

404. Чтобы вычислить значения выражения $2x^4-5x^3+x^2+3x$, подставим данные величины x, учитывая понятие возведения в степень. Получим для $x=5$:
$2\cdot5^4-5\cdot5^3+5^2+3\cdot5=2\cdot625-5\cdot125+25+15=1250-625+25+$
$+15=665$.
Для $x=-5$ находим:
$2\cdot(-5)^4-5\cdot(-5)^3+(-5)^2+3\cdot(-5)=2\cdot625-5\cdot(-125)+25-15=$
$=1250+625+25-15=1885$.

405. а) a^4; б) a^6; в) a^9; г) a^{32}.

406. $4x^2\geq0$ и $(x-8)^2\geq0$ при любых значениях x, т.к. квадрат любого числа есть число положительное или равное нулю.

407. $a^2+1>0$ и $3+(5-a)^2>0$ при любых a, т.к. $a^2>0$ и $(5-a)>0{,}1$ и 3 – положительные числа, а сумма положительных выражений есть величина положительная.

408. а) $(x+1)^2$; б) a^2+b^2; в) m^2-n^2; г) $(m-n)^2$;
д) $2x^2y^2$; е) $2(xy)^2$; ж) $2a^3b^2$; з) $3\cdot(a-b)^2$.

409. а) Это выражение можно прочитать так: «квадрат суммы чисел x и y».
б) Это выражение читается так: «сумма квадратов чисел x и y».
в) «Квадрат разности чисел x и y». г) «Разность квадратов чисел x и y».
д) Это выражение можно прочитать так: «куб разности чисел x и y».
е) Это выражение читается так: «сумма кубов чисел x и y».
ж) Это выражение можно прочитать так: «удвоенный квадрат разности чисел a и b».
з) Утроенная сумма квадратов чисел a и b.

410. $y=1{,}2x-30$ с осью Ox: $1{,}2x-30=0$; с осью Oy: $y=1{,}2\cdot0-30$;
$1{,}2x=30$; $\quad y=-30\Rightarrow B(0;-30)$.
$x=25\Rightarrow A(25;0)$.

411. **а)** $-4x + 1{,}3 = x - 2{,}7;$
$-5x = -4;$
$x = -0{,}8 \Rightarrow y = -1{,}9;$
$A(0{,}9; -1{,}9);$

б) $-x + 8{,}1 = -3x + 7{,}9;$
$2x = -0{,}2;$
$x = -0{,}1 \Rightarrow y = 8{,}2;$
$B(-0{,}1; 8{,}2).$

412. **а)** $y = -\frac{1}{2}x + 3$ и $y = -\frac{1}{2}x - 3$, параллельны, т.к. $k_1 = k_2 = -\frac{1}{2}$;

б) $y = \frac{2}{3}x + 4$ и $y = -\frac{2}{3}x + 4$, перекаются в точке (0; 4), т.к. $b_1 = b_2 = 4$.

413. **а)** $x^5 \cdot x^8 = x^{5+8} = x^{13};$ **б)** $a^6a^3 = a^9;$ **в)** $y^4y^9 = y^{13};$ **г)** $b^8b^{15} = b^{23};$
д) $x^9x = x^{10};$ **е)** $yy^{12} = y^{13};$ **ж)** $2^6 \cdot 2^4 = 2^{10};$ **з)** $7^5 \cdot 7 = 7^6.$

414. **а)** $m^3m^8 = m^{11};$ **б)** $x^4x^4 = x^8;$ **в)** $c^7c^{12} = c^{19};$ **г)** $p^3p^{11} = p^{14};$
д) $aa^3 = a^4;$ **е)** $b^2b = b^3;$ **ж)** $5^9 \cdot 5^8 = 5^{17};$ **з)** $3^3 \cdot 3^6 = 3^9.$

415. **а)** $a^{15} = a^6a^9;$ **б)** $a^{15} = a^9a^6;$ **в)** $a^{15} = a^2a^{13};$ **г)** $a^{15} = a^{14}a.$

416. **а)** $x^{10} = x^4x^6;$ **б)** $y^{15} = y^{11}y^4;$ **в)** $2^{12} = 2^3 \cdot 2^9;$ **г)** $5^{17} = 5^{16} \cdot 5.$

417. $x^6 = x^5x^1 = x^4x^2 = x^3x^3.$

418. **а)** $x^2x^5x^4 = x^{2+5+4} = x^{11};$ **б)** $y^3y^2y = y^{3+2+1} = y^6;$
в) $m \cdot m^3 \cdot m^2 \cdot m^5 = m^{1+3+2+5} = m^{11};$ **г)** $p^4p^3pp = p^{4+3+1+1} = p^9;$
д) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5 = 10^{2+3+5} = 10^{10};$ **е)** $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^{4+2+3+1} = 3^{10}.$

419. **а)** $m^3m^2m^8 = m^{13};$ **б)** $a^4a^3a^2 = a^9;$ **в)** $xx^4x^4x = x^{10};$
г) $n^5nn^3n^6 = n^{15};$ **д)** $7^8 \cdot 7 \cdot 7^4 = 7^{13};$ **е)** $5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5 = 5^{11}.$

420. **а)** $5^8 \cdot 25 = 5^8 \cdot 5^2 = 5^{10};$ **б)** $3^{12} \cdot 27 = 3^{15};$ **в)** $6^{15} \cdot 36 = 6^{17};$
г) $2^9 \cdot 32 = 2^{9+5} = 2^{14};$ **д)** $0{,}4^5 \cdot 0{,}16 = 0{,}4^7;$ **е)** $0{,}001 \cdot 0{,}1^4 = 0{,}1^7.$

421. **а)** $2^4 \cdot 2 = 2^5 = 32;$ **б)** $2^6 \cdot 4 = 2^8 = 256;$ **в)** $8 \cdot 2^7 = 2^{10} = 1024;$ **г)** $16 \cdot 32 = 2^9 = 512.$

422. **а)** $3^2 \cdot 3^5 = 3^7 = 2187;$ **б)** $81 \cdot 3^6 = 3^4 \cdot 3^6 = 3^{10} = 59\,049;$
в) $9 \cdot 2187 = 3^2 \cdot 3^7 = 3^{2+7} = 3^9 = 19\,683;$ **г)** $27 \cdot 243 = 3^3 \cdot 3^5 = 3^8 = 6561.$

423. **а)** $(c^4)^2 = c^{4 \cdot 2} = c^8;$ **б)** $(c^2)^4 = c^{2 \cdot 4} = c^8.$

424. **а)** $x^5 : x^3 = x^{5-3} = x^2;$ **б)** $y^{10} : y^7 = y^3;$ **в)** $a^{21} : a = a^{20};$ **г)** $b^{19} : b^{18} = b;$
д) $c^{12} : c^3 = c^9;$ **е)** $p^{20} : p^{10} = p^{20};$ **ж)** $3^8 : 3^5 = 3^3;$ **з)** $0{,}7^9 : 0{,}7^4 = 0{,}7^5.$

425. **а)** $p^{10} : p^6 = p^{10-6} = p^4;$ **б)** $a^8 : a^4 = a^4;$ **в)** $x^{15} : x^4 = x^{11};$
г) $y^9 : y = y^8;$ **д)** $10^{16} : 10^{12} = 10^4;$ **е)** $2{,}3^{16} : 2{,}3^7 = 2{,}3^9.$

426. **а)** $5^6 : 5^4 = 5^2 = 25;$ **б)** $10^{15} : 10^{12} = 10^3 = 1000;$

в) $0{,}5^{10} : 0{,}5^7 = 0{,}5^3 = 0{,}125;$ **г)** $\left(1\frac{1}{3}\right)^8 : \left(1\frac{1}{3}\right)^6 = \left(1\frac{1}{3}\right)^{8-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9};$

д) $2{,}73^{13} : 2{,}73^{12} = 2{,}73;$ **е)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^7 : \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}.$

427. а) $\dfrac{7^5}{7^3} = 7^2 = 49$; б) $\dfrac{8^6}{8^4} = 8^2 = 64$; в) $\dfrac{0{,}8^7}{0{,}8^4} = 0{,}8^3 = 0{,}512$;

г) $\dfrac{(-0{,}3)^5}{(-0{,}3)^3} = -0{,}3^2 = 0{,}09$; д) $\dfrac{\left(1\frac{1}{2}\right)^4}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{9}{4} = 2\dfrac{1}{4}$;

е) $\dfrac{\left(-2\frac{1}{3}\right)^6}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3} = \left(-2\dfrac{1}{3}\right)^3 = -\dfrac{343}{27} = -12\dfrac{19}{27}$.

428. а) $\dfrac{7^9 \cdot 7^5}{7^{12}} = 7^2 = 49$; б) $\dfrac{3^{15}}{3^5 \cdot 3^6} = 3^4 = 81$;

в) $\dfrac{5^{16} \cdot 5^4}{5^{18}} = \dfrac{5^{20}}{5^{18}} = 5^{20-18} = 5^2 = 25$; г) $\dfrac{0{,}6^{12}}{0{,}6^4 \cdot 0{,}6^5} = 0{,}6^3 = 0{,}216$.

429. а) $x^n x^3 = x^{n+3}$; б) $a^2 a^m = a^{2+m}$; в) $xx^n = x^{1+n}$;
г) $y^n : y^4 = y^{n-4}$; д) $c^9 : c^m = c^{9-m}$; е) $k^n : k = k^{n-1}$.

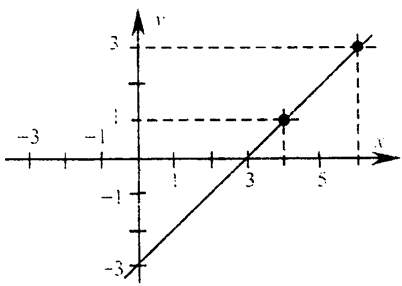
430. а) $3x^0 = 3 \cdot 1 = 3$; б) $-2{,}5y^0 = -2{,}5 \cdot 1 = -2{,}5$;
в) $10a^2b^0 = 10a^2 = 10 \cdot (-3)^2 = 10 \cdot 9 = 90$;
г) $27a^0c^3 = 27c^3 = 27 \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{27}{27} = -1$.

431. а) $b^4b^0 = b^4$; б) $c^5 : c^0 = c^5$; в) $a^4a^0 = a^4$; г) $x^3 : x^0 = x^3$.

432. а) $9 = 3^2$; б) $-27 = (-3)^3$; в) $6{,}25 = 2{,}5^2$;

г) $0{,}064 = 0{,}4^3$; д) $-3\dfrac{3}{8} = \left(-\dfrac{3}{2}\right)^3$; е) $5\dfrac{4}{9} = \left(\dfrac{7}{3}\right)^2$.

433.



При $x = 4$ $y = 1$, при $x = 6$ $y = 3$.

434. $s = 70t$; если $t = 3\frac{1}{2}$ ч, то $s = 70 \cdot 3\frac{1}{2} = 210 + 35 = 245$ км;

если $t = 5$ ч, то $s = 70 \cdot 5 = 350$ км;

если $3\frac{1}{2} \le t \le 5$, то $s = 105$ км.

435. а) $6a^2 \ge 0$; б) $-a^2 \le 0$; в) $a^2 + 4 > 0$; г) $(a + 4)^2 \ge 0$; д) $-a^2 - 5 < 0$.

436. $A(7; 196)$ $196 = 7^3 - 3 \cdot 7^2$; $196 = 343 - 147$; $196 = 196$ – верно, значит т. A принадлежит графику функции $y = x^3 - 3x^2$;
$B(-5; -200)$ $-200 = (-5)^3 - 3 \cdot (-5)^2$; $-200 = -125 - 75$; $-200 = -200$ – верно, значит т. B принадлежит графику функции $y = x^3 - 3x^2$.

437. 40 см^3 – 108 г

75 см^3 – x г. $\frac{75 \cdot 108}{40} = 202{,}5$ г – масса куска гранита объемом $V = 75$ см^3.

438. а) $(xy)^4 = x^4y^4$; б) $(abc)^5 = a^5b^5c^5$; в) $(2x)^3 = 8x^3$; г) $(3a)^2 = 9a^2$; д) $(-5x)^3 = -125x^3$; е) $(-10ab)^2 = 100a^2b^2$; ж) $(-0{,}2xy)^4 = 0{,}0016x^4y^4$; з) $(-0{,}5bd)^3 = -0{,}125b^3d^3$.

439. а) $(mn)^5 = m^5n^5$; б) $(xyz)^2 = x^2y^2z^2$; в) $(-3y)^4 = 81y^4$; г) $(-2ax)^3 = -8a^3x^3$; д) $(10xy)^2 = 100x^2y^2$; е) $(-2abx)^4 = 16a^4b^4x^4$; ж) $(-am)^3 = -a^3m^3$; з) $(-xn)^4 = x^4n^4$.

440. а) $(2 \cdot 10)^3 = 8000$; б) $(2 \cdot 5)^4 = 10\,000$;
в) $(3 \cdot 100)^4 = 8\,100\,000\,000$; г) $(5 \cdot 7 \cdot 20)^2 = 490\,000$.

441. а) $a^2 = (-a)^2$; $a^2 = a \cdot a$; $(-a)^2 = (-1 \cdot a)^2 = (-1)^2 \cdot a^2 = a^2 = a \cdot a$;
б) $a^3 = -(-a)^3$; $a^3 = a \cdot a \cdot a$; $(-a)^3 = -a \cdot (-a) \cdot (-a) = -a \cdot a \cdot a$.

442. $S = a^2$; если $a = 2b$, то $S = (2b)^2 = 4b^2 \Rightarrow$ увеличится в 4 раза;
если $a = 3b$, то $S = (3b)^2 = 9b^2 \Rightarrow$ увеличится в 9 раз;
если $a = 10b$, то $S = (10b)^2 = 100b^2 \Rightarrow$ увеличится в 100 раз;
если $a = nb$, то $S = (nb)^2 = n^2b^2 \Rightarrow$ увеличится в n^2 раз.

443. Пусть первоначальная длина ребра куба будет равна x. Тогда в этом случае объем куба будет равен x^3. Если ребро куба увеличить в 2 раза, то оно будет равно $2x$, а объем этого куба будет равен $(2x)^3$. Возведем в степень произведение $(2x)^3$. Имеем: $(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$. Сравним новый объем куба ($8x^3$) с первоначальным объемом (x^3): $\frac{8x^3}{x^3} = 8$, т.е. объем куба увеличился в 8 раз по сравнению с первоначальным.
Если ребро куба увеличить в 3 раза, то оно будет равно $3x$, а объем такого куба будет равен $(3x)^3 = 3^3 \cdot x^3 = 27x^3$, т. е., аналогично, объем куба увеличился в $\frac{27x^3}{x^3} = 27$ раз.

Если ребро куба увеличить в 10 раз, оно будет равно $10x$. Находим объем такого куба. Получаем: $(10x)^3 = 10^3 \cdot x^3 = 1000x^3$. Видим, что в этом случае объем куба стал в 1000 раз больше первоначального. Если ребро исходного куба увеличить в n раз, оно будет равно $n \cdot x$. Найдем для этого случая объем куба. Имеем: $(nx)^3 = n^3x^3$. Получаем, что объем такого куба будет в n^3 раз больше первоначального.

444. а) $b^3x^3 = (bx)^3$; б) $a^7y^7 = (ay)^7$; в) $x^2y^2z^2 = (xyz)^2$;
г) $(-a)^3b^3 = (-ab)^3$; д) $32a^5 = (2a)^5$; е) $0{,}027m^3 = (0{,}3m)^3$.

445. а) $2^4 \cdot 5^4 = (10)^4 = 10\,000$; б) $4^3 \cdot 25^3 = 100^3 = 1\,000\,000$;

в) $0{,}25^{15} \cdot 4^{15} = (0{,}25 \cdot 4)^{15} = 1^{15} = 1$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1{,}5^7 = 1^7 = 1$;

д) $\left(\frac{5}{7}\right)^{10} \cdot 1{,}4^9 = \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}\right)^9 \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$;

е) $0{,}2^6 \cdot 50^7 = (0{,}2 \cdot 50)^6 \cdot 50 = 10^6 \cdot 50 = 50\,000\,000$.

446. а) $(x^3)^2 = x^6$; б) $(x^2)^3 = x^6$; в) $(a^5)^4 = a^{20}$; г) $(a^6)^3 = a^{18}$;
д) $(y^2)^5 = y^{10}$; е) $(y^7)^2 = y^{14}$; ж) $(b^3)^3 = b^9$; з) $(b^5)^2 = b^{10}$.

447. а) $(x^6)^4 = x^{24}$; б) $x^6 \cdot x^4 = x^{10}$; в) $x^2 \cdot x^2 = x^4$;
г) $(x^2)^2 = x^4$; д) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = x^9$; е) $((x^2)^3)^4 = x^{24}$.

448. а) $(a^5)^2 = a^{/0}$; б) $a^5 \cdot a^2 = a^7$; в) $(a^4)^3 = a^{12}$;
г) $a^3 \cdot a^4 = a^7$; д) $a^5 \cdot a^5 = a^{10}$; е) $(a^5)^5 = a^{25}$.

449. а) $a^n \cdot a^3 = a^{n+3}$; б) $a \cdot a^m = a^{m+1}$; в) $a^2 \cdot a^m = a^{2+m}$;
г) $(a^2)^m\ a^{2m}$; д) $(a^n)^3 = a^{3n}$; е) $(a^3)^n = a^{3n}$.

450. а) $25^4 = (5^2)^4 = 5^3$; б) $125^3 = (5^3)^3 = 5^9$; в) $625^2 = (5^4)^2 = 5^8$.

451. а) $2^{20} = (2^2)^{10}$; б) $2^{20} = (2^4)^5$; в) $2^{20} = (2^5)^4$; г) $2^{20} = (2^{10})^2$.

452. а) $2^{60} = 4^{30}$; б) $2^{60} = 8^{20}$; в) $2^{60} = 16^{15}$; г) $2^{60} = 32^{12}$.

453. $a^{12} = a^{11} \cdot a = (a^6)^2 = (a^4)^3 = a^{10} \cdot a^2 = a^6 \cdot a^6$.

454. Если $a^2 = m$, то $a^6 = m^3$.

455. а) $x^3 \cdot (x^2)^5 = x^{13}$; б) $(a^3)^2 \cdot a^5 = a^{11}$; в) $(a^2)^3 \cdot (a^4)^2 = a^{14}$;
г) $(x^2)^5 \cdot (x^5)^2 = x^{20}$; д) $(m^2m^3)^4 = m^{20}$; е) $(x^4x)^2 = x^{10}$.

456. а) $(a^2)^4 = a^8$; б) $a^3 \cdot (a^3)^2 = a^9$; в) $(a^5)^2 \cdot (a^2)^2 = a^{14}$;
г) $(a^3)^3 \cdot (a^3)^3 = a^{18}$; д) $(a^3a^3)^2 = a^{12}$; е) $(aa^6)^3 = a^{21}$.

457. а) $x^5 \cdot (x^2)^3 = x^{11}$; б) $(x^3)^4 \cdot x^8 = x^{20}$; в) $(x^4)^2 \cdot (x^5)^3 = x^{21}$; г) $(x^2)^3 \cdot (x^3)^5 = x^{21}$.

458. а) $\dfrac{2^5\cdot\left(2^3\right)^4}{2^{13}}=\dfrac{2^{17}}{2^{13}}=2^4=16$; б) $\dfrac{\left(5^8\right)^2\cdot 5^7}{5^{22}}=\dfrac{5^{23}}{5^{22}}=5$;

в) $\dfrac{\left(2^5\right)^2}{2^6\cdot 4}=\dfrac{2^{5\cdot 2}}{2^6\cdot 2^2}=\dfrac{2^{10}}{2^{6+2}}=2^2=4$; г) $\dfrac{3^7\cdot 27}{\left(3^4\right)^3}=\dfrac{3^{10}}{3^{12}}=\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{1}{9}$.

459. а) $ab^2<0$; б) $a^3b<0$; в) $-ab^3>0$; г) $a^2+b^2>0$; д) $(a+b)^2=0$.

460. а) Квадрат натурального числа может оканчиваться на 0; 1; 4; 5; 6; 9.
б) Четвертая степень натурального числа может оканчиваться на 0; 1; 5; 6.

461. $y=k\cdot x+5{,}4$; $A(3{,}7;-2)$.
Т.к. A принадлежит графику этой функции, то
$-2=k\cdot 3{,}7+5{,}4$; $3{,}7k=-7{,}4$; $k=-2\Rightarrow y=-2x+5{,}4$.

462. а) если $x=-2$, то $y=1$;
если $x=-1$, то $y=2{,}5$;
если $x=2$, то $y=2$.
б) если $y=-0{,}5$, то $x=0{,}5$;
если $y=2$, то $x=-0{,}5$; $-1{,}5$; 2.

§ 7. Одночлены

463. Одночленами являются **а, в, д, е, и, к, л, м**.

464. В стандартном виде записан одночлен: **а, г, д**.

465. а) $8x^2x=8x^3$ – коэффициент 8; б) $1{,}2abc\cdot 5a=6a^2bc$ – коэффициент 6;
в) $3xy\cdot(-1{,}7)y=-5{,}1xy^2$ – коэффициент $-5{,}1$;
г) $6c^2\cdot(-0{,}8)c=-4{,}8c^3$ – коэффициент $-4{,}8$;
д) $\dfrac{2}{3}m^2n\cdot 4{,}5n^3=3m^2n^4$ – коэффициент 3;
е) $2\dfrac{1}{2}a^2x\cdot\left(-\dfrac{3}{7}\right)a^3x^2=-a^5x^3$ – коэффициент -1.

466. а) $9yy^2y=9y^4$; б) $0{,}15pq\cdot 4pq^2=0{,}6p^2q^3$;
в) $-8ab\cdot(-2{,}5)b^2=20ab^3$; г) $10a^2b^2\cdot(-1{,}2a^3)=-12a^5b^2$;
д) $2m^3n\cdot 0{,}4mn=0{,}8m^4n^2$; е) $-2x^3\cdot 0{,}5xy^2=-x^4y^2$.

467. а) $5x^3$, если $x=0{,}5$, то $5\cdot(0{,}5)^3=5\cdot 0{,}125=0{,}625$;
б) $-0{,}125y^4$, если $y=-2$, то $-0{,}125\cdot 16=-2$;
в) $12x^3y$, если $x=-0{,}3$, $y=\dfrac{1}{6}$, то $12\cdot 0{,}09\cdot\dfrac{1}{6}=0{,}18$;
г) $-9x^5y^2$, если $x=-1$, $y=\dfrac{1}{3}$, то $-9\cdot(-1)\cdot\dfrac{1}{9}=1$.

468. а) $3{,}7m^2$, если $m=0{,}4$, то $3{,}7\cdot 0{,}16=0{,}592$;
б) $-0{,}5m^3$, если $m=0{,}6$, то $-0{,}5\cdot 0{,}216=-0{,}108$;

в) $-3a^3b$, если $a = -0{,}1$, $b = 4$, то $-3 \cdot (-0{,}001) \cdot 4 = 0{,}012$;

г) $\frac{1}{21}x^2y^2$, если $x = -\frac{1}{3}$; $y = 4\frac{1}{2}$, то $\frac{1}{21} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{81}{4} = \frac{3}{28}$.

469. а) если $m = 3{,}2$; $n = 1{,}8$; $p = 0{,}85$ то $2{,}1m^2np^3 = 23{,}7710592$;
б) если $m = 0{,}61$; $n = 32$; $p = 4{,}7$ то $2{,}1m^2np^3 = 2596{,}10657376$.

470. а) $3x^2y$; если $x = 1{,}1$; $y = -1{,}9$, то $3x^2y = 6{,}897$;
б) $-8m^4n^4$; если $m = 0{,}8$; $n = 2{,}2$, то $-8m^4n^4 = -76{,}76109698$.

471. $S = 5m \cdot m = 5m^2$.

472. $V = a \cdot 2a \cdot 2 \cdot 2a = 8a^3$.

473. а) Степенью одночлена называется сумма показателей степеней всех входящих в него переменных. В данном случае степень многочлена равна $5 + 6 = 11$.

б) $\frac{1}{3}abc$ – степень 3; в) $0{,}8mn^3k^2$ – степень 6;

г) ab^2c^3 – степень 6; д) $-6m^7$ – степень 7; е) 23 – степень 0.

474. а) $A(-7;15) \xrightarrow{0x} A^{I}(-7;-15)$; б) $A(-7;15) \xrightarrow{0y} A^{II}(7;15)$;

в) $A(-7;15) \xrightarrow{(0;0)} A^{III}(7;-15)$.

475. Если $x = -3$, то $y = 2$; если $y = 1$, то $x = -\frac{3}{2}$;

если $x = 3$, то $y = -2$; если $y = -6$, то $x = 9$;

если $x = \frac{2}{3}$, то $y = -\frac{4}{9}$; если $-10{,}2$, то $x = 15{,}2$;

если $x = -\frac{2}{3}$, то $y = \frac{4}{9}$; если $x = 2{,}4$, то $y = -1{,}6$.

476. а) $\frac{4^6 \cdot 3^{10}}{6^{10}} = \frac{\left(2^2\right)^3 \cdot 3^{10}}{2^{10} \cdot 3^{10}} = \frac{2^6}{2^{10}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$;

б) $\frac{2^6 \cdot 6^{18}}{2^5 \cdot 9^9} = \frac{2^6 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18}}{2^{25} \cdot \left(3^2\right)^9} = \frac{2^{24} \cdot 3^{18}}{2^{25} \cdot 3^{18}} = \frac{1}{2}$.

477. а) $4x \cdot 7y = 28xy$; б) $-8x \cdot 5x^3 = -40x^4$; в) $\frac{4}{9}ab^3 \cdot \frac{3}{2}ab = \frac{2}{3}a^2b^3$;

г) $x^2y^5 \cdot (-6xy^2) = -6 \cdot xy^2 \cdot x^2 \cdot y^5 = -6 \cdot (x \cdot x^2)(y^2 \cdot y^5) = -6 \cdot x^{2+1} \cdot y^{2+5} = -6x^3y^7$.

д) $-0{,}6a^2b \cdot (-10ab^2) = 6a^3b^3$; е) $-\frac{1}{5}m^3n^4 \cdot 5m^2n^3 = -m^5n^7$.

478. **а)** $-11x^2y \cdot 0{,}3x^2y^2 = -3{,}3x^4y^3$; **б)** $a^5b \cdot (-ab^3c) = -a^6b^4c$;
в) $4xy \cdot (-x^2) \cdot (-y^3) = 4x^3y^4$; **г)** $a^2x^5b \cdot (-0{,}6axb^2) \cdot 0{,}6a^2b^3 = -0{,}36a^5x^6b^6$.

479. **а)** $3{,}5 \cdot 2m = 7m$; **б)** $-6ax^3 \cdot 9bx^2 = -54abx^5$;
в) $-8a^2b^2(-8a^3b^5) = 64a^5b^7$; **г)** $ab \cdot (-7ab^2) \cdot 4a^2b = -28a^4b^4$;
д) $10x^2y \cdot (-xy^2) \cdot 0{,}6x^3 = -6x^6y^3$; **е)** $-9ab^2 \cdot 3a^3 \cdot (-4b) = 108a^4b^3$.

480. **а)** $-0{,}8m^2n \cdot (-0{,}5n^5n^7) = 0{,}4m^7n^8$; **б)** $0{,}3y^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^4y^6\right) = -0{,}1x^4y^8$;
в) $1\frac{1}{6}cd \cdot \left(-\frac{6}{7}c^9d^7\right) = -c^{10}d^8$; **г)** $ab \cdot (-ab^2) \cdot ab^3 = -a^3b^6$;
д) $x^2y \cdot (-xy) \cdot (-xy^2) = x^4y^4$; **е)** $mn \cdot (m^5n^3) \cdot (-m^3n^8) = m^9n^{12}$.

481. $6a^2b^3 = 3ab^2 \cdot 2ab = -a^2b \cdot (-6b^2) = -6b \cdot (-a^2b^2) = 6a \cdot (ab^3)$.

482. **а)** $-12x^4y^3 = -2x \cdot 6x^3y^3 = -4x^3 \cdot 3xy^3$;
б) $-12x^4y^3 = -3y \cdot 2x^2 \cdot 2x^2y^2 = -4xy \cdot (-3x) \cdot (-x^2y^2)$.

483. **а)** $(3x^2)^3 = 27x^6$; **б)** $(4m)^2 = 16m^2$; **в)** $(-2a^4b^2)^3 = -8a^{12}b^6$;
г) $-(3x^2y)^4 = 81x^8y^4$; **д)** $(-a^2bc^3) = -a^{10}b^5c^{15}$; **е)** $(-a^3b^2c)^2 = a^6b^4c^2$.

484. **а)** $(2m^3)^4 = 16m^2$; **б)** $(3a)^2 = 9a^2$; **в)** $(-0{,}6m^3n^2)^3 = -0{,}21m^9n^6$;
г) $(-2xy^3)^2 = 4x^2y^6$; **д)** $(-xy^4b^2)^4 = x^4y^{16}b^8$; **е)** $(-x^2y^3m)^5 = -x^{10}y^{15}m^5$.

485. **а)** $(5x^2y^3)^2 = 25x^4y^6$; **б)** $(-4ax^3)^3 = -64a^3x^9$;
в) $(-2m^3n^2)^4 = 16m^{12}n^8$; **г)** $(-a^2bc^3)^5 = -a^{10}b^5c^{15}$.

486. **а)** $81x^4 = (9x^2)^2$; **б)** $121a^6 = (11a^3)^2$;
в) $0{,}09y^{12} = (0{,}3y^6)^2$; **г)** $\frac{4}{9}b^6 = \left(-\frac{2}{3}b^3\right)^2$.

487. **а)** $64x^9 = (4x^3)^3$; **б)** $0{,}001y^{12} = (0{,}1y^4)^3$;
в) $-0{,}008b^6 = (-0{,}2b^2)$; **г)** $-\frac{8}{27}a^{15} = \left(-\frac{2}{3}a^5\right)^3$.

488. **а)** $9a^2c^2 = (3ac)^2$; $100m^2n^6 = (10mn^3)^2$;
б) $-a^3b^6 = (-ab^2)^3$; $-27x^6b^9 = (-3x^2b^3)^3$.

489. **а)** $16x^6 = (4x^3)^2$; $49m^2n^4 = (7mn^2)^2$; $m^8 = (m^4)^2$;
б) $-a^3b^6 = (-ab^2)^3$; $-8m^3 = (-2m)^3$; $1000x^3y^6 = (10xy^2)^3$.

490. **а)** $x^6y^{12} = (x^2)^3(y^4)^3 = (x^2y^4)^3$; **б)** $1\,000\,000m^{18} = (1000m^9)^2 = (100m^6)^3$.

491. **а)** $25a^4 \cdot (3a^3)^2 = 25a^4 \cdot 9a^6 = 225a^{10}$; **б)** $(-3b^6)^4 \cdot b = 81b^{24}$;
в) $8p^{15} \cdot (-p)^4 = 8p^{19}$; **г)** $(-c^2)^3 \cdot 0{,}15c^4 = -0{,}15c^{10}$;
д) $(-10c^2)^4 \cdot 0{,}001c^{11} = c^{19}$; **е)** $\left(3b^5\right)^2 \cdot \frac{2}{9}b^3 = 9b^{10} \cdot \frac{2}{9}b^3 = 2b^{13}$;
ж) $\left(-2x^3\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^4\right) = -x^{10}$; **з)** $\left(-\frac{1}{2}y^4\right)^3 \cdot \left(-16y^2\right) = -\frac{1}{8}y^{12} \cdot \left(-16y^2\right) = 2y^{14}$.

492. а) $(xy)^3 \cdot (-3x^4y^2) = -3x^7y^5$; б) $0{,}5a^2b^3 \cdot (-2b)^6 = 32a^2b^9$;
в) $(0{,}2m^2n)^3 \cdot 1000m^4n^7 = 8m^{10}n^{10}$; г) $-7c^8 \cdot (-0{,}4c^3)^2 = -1{,}12c^{14}$;
д) $(-x^2y)^3 \cdot (-x^4y^2) = x^{10}y^5$; е) $0{,}2a^2b^3 \cdot (-5a^3b) = 5a^8b^5$;
ж) $\left(\frac{1}{4}m^2n\right)^3 \cdot \left(-32m^2n\right) = -\frac{1}{2}m^8n^4$; з) $\left(-\frac{2}{3}pq^4\right)^2 \cdot \left(-27p^5q\right) = -12p^7q^9$.

493. а) $(-0{,}2b^6)^3 \cdot 5b = -0{,}04b^{19}$; б) $-0{,}01a^4 \cdot (-10a^5)^3 = 10a^{19}$;
в) $\frac{9}{16}p^7 \cdot \left(-1\frac{1}{3}p^4\right)^2 = p^{15}$; г) $\left(3\frac{1}{3}a^2\right)^3 \cdot 81a^5 = 3000a^{11}$;
д) $(2ab)^4 \cdot (-7a^7b) = -112a^{11}b^5$; е) $-0{,}6x^7y^7 \cdot (0{,}5xy^2)^2 = -0{,}15x^9y^{11}$;
ж) $10p^4q^4 \cdot (0{,}1pq)^3 = 0{,}01p^7q^7$; з) $(-3a^7b^2)^4 \cdot \frac{1}{27}ab = 3a^{29}b^9$.

494.

	Было	т в день	Дни	Стало	
I склад	185 т	15	x	$185 - 15x$	в 1,5 раз больше
II склад	237 т	18	x	$237 - 18x$	

$1{,}5\,(185 - 15x) = 237 - 18x$; $277{,}5 - 22{,}5x = 237 - 18x$;
$22{,}5x - 18x = 277{,}5 - 137$; $4{,}5x = 40{,}5$; $x = 9$ – через 9 дней.

495. Пусть в первом овощехранилище картофеля будет в 1,2 раза меньше, чем во втором, через x дней. Тогда к этому моменту в первом овощехранилище будет находиться картофеля: $(210 + 90x)$, а во втором – $(180 + 120x)$. Известно, что через x дней в первом овощехранилище было в 1,2 раза меньше картофеля, чем во втором. Отсюда получаем уравнение: $1{,}2 \cdot (210 + 90x) = 180 + 120x$. Решим это уравнение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $1{,}2 \cdot 210 + 1{,}2 \cdot 90x = 180 + 120x$ или $252 + 108x = 180 + 120x$ или $120x - 108x = 252 - 180$ или $12x = 72$ откуда $x = \frac{72}{12} = 6$ (дней).

496. Подставим координаты x и y точки A (0; 6) в уравнение $y = kx + b$. Имеем: $6 = k \cdot 0 + b$, откуда находим b: $b = 6$. Далее подставим в исходное уравнение координаты точки B ($x = -4$, $y = 0$) и полученное значение b ($b = 6$). Имеем: $0 = -4k + 6$. Найдем отсюда $4k = 6$; $k = \frac{6}{4} = 1{,}5$.

497. $-0{,}3x + 5{,}4 = -0{,}7 - 8{,}4$; $x = 13{,}8 \Rightarrow y = 1{,}26$; $A(13{,}8;\ 1{,}26)$.

498. $A(a; -3)$; $B(4; b)$
а) точки симметричны относительно оси абсцисс, $A(4; -3) \to B(4; 3)$;
б) точки симметричны относительно оси ординат, $A(-4; -3) \to B(4; -3)$;
в) точки симметричны относительно начала координат, $A(-4; -3) \to B(4; 3)$.

499. **а)** 3,468 ≈ 3; 27,601 ≈ 28; 8,51 ≈ 9; 10,5 ≈ 11
б) 605,718 ≈ 606,7; 4,0389 ≈ 4,0; 11,05 ≈11,1;
в) 745,1 ≈ 750; 999,95 ≈ 700; 8,04 ≈ 10;
г) 661,38 ≈ 700; 1740,5 ≈ 1700; 7550,1 ≈ 7600.

500. **а)** Используем рисунок 42 учебника и найдем:
при $x = 0{,}75$ $y \approx 0{,}55$; при $x = -1{,}25$ $y \approx 1{,}55$;
при $x = 1{,}25$ $y \approx 1{,}55$; при $x = -2{,}2$ $y \approx 4{,}8$;
при $x = 2{,}2$ $y \approx 4{,}8$.
б) С помощью рисунка 42 для данных значений y находим соответствующие величины x: при $y = 3$ $x \approx 1{,}7$; при $y = 5$ $x \approx 2{,}2$.

501. **а)** Если $x = 1{,}4$, то $y \approx 2$;
если $x = -2{,}6$, то $y \approx 6{,}8$;
если $x = 3{,}1$, то $y \approx 9{,}6$;
б) если $y = 4$, то $x \approx 2$ и $x \approx -2$;
если $y = 6$, то $x \approx 2{,}5$ и $x \approx -2{,}5$;
в) если $y < 4$, то $-2 < x < 2$; $y > 4$, то $x > 2$ и $x < -2$.

502. **а)** Если $x = -2{,}4$, то $y \approx 5{,}8$;
если $x = -0{,}7$, то $y \approx 0{,}5$;
если $x = 0{,}7$, то $y \approx 0{,}5$;
если $x = 2{,}4$, то $y \approx 5{,}8$;
б) если $y = 2$, то $x \approx 1{,}4$ и $x \approx -1{,}4$;
если у = 0,9, то $x \approx 0{,}9$ и $x \approx -0{,}9$;
в) если $y > 2$, то $x > 1{,}4$ и $x < -1{,}4$;
если $y < 2$, то $-1{,}4 < x < 1{,}4$.

503. $S = a^2$; если $a = 3b$, *то* $S = (3b)^2 = 9b^2 \Rightarrow$ увеличится в 9 раз;
если $a = 0{,}1b$, *то* $S = (0{,}1b)^2 = 0{,}01b^2 \Rightarrow$ уменьшится в 100 раз.

504. $S = a^2$; если S увеличилась в 4 раза, $S = 4a^2 = (2a)^2 \Rightarrow$ увеличить в 2 раза;
если S увеличилось в 16 раз, $S = 16a^2 = (4a)^2 \Rightarrow$ увеличить в 4 раза.

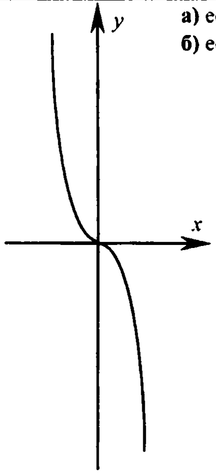
505. **а)** Используя рисунок 44, найдем для данных x соответствующие y:
при $x = 1{,}4$ $y \approx 2{,}7$; при $x = -1{,}4$ $y \approx -2{,}7$;
при $x = -1{,}8$ $y \approx -5{,}8$; при $x = 1{,}8$ $y \approx 5{,}8$.
б) С помощью рисунка 44 для данных значений y находим соответствующие x: при $y = -4$ $x \approx -1{,}6$; при $y = 4$ $x \approx 1{,}6$.

506. **а)** если $x = -0{,}7$, то $y \approx -0{,}3$;
если $x = 1{,}2$, то $y \approx 1{,}6$;
б) если $y = 3$, то $x \approx 1{,}45$;
если $y = -3$, то $x = -1{,}45$;
в) если $y > -3$, то $x > -1{,}45$; если у < 3, то $x < 1{,}45$.

507. $V = a^3$, если $a = 2b$, то $V = (2b)^3 = 8b^3 \Rightarrow$ увеличится в 8 раз;
если $a = \frac{1}{3}b$, то $V = \left(\frac{1}{3}b\right)^3 = \frac{1}{27}b^3$ – уменьшится в 27 раз.

508. Пусть ребро куба будет равно a. Тогда его объем будет равен a^3. После изменения ребра куба его объем увеличился в 64 раза, т. е. стал равен $64a^3$ или $4^3a^3 = (4a)^3$. То есть ребро куба стало равно $4a$, откуда следует, что оно увеличилось в 4 раза.

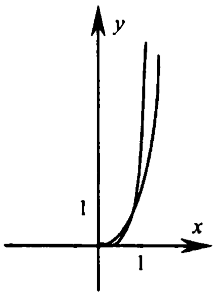
509.



а) если $x = 0{,}7$, то $y \approx 0{,}3$; если $x = -1{,}3$, то $y \approx 2{,}2$;
б) если $y = 4$, то $x \approx -1{,}6$.

510. **а)** Подставим координаты точки A $(-0{,}2; -0{,}008)$ в уравнение $y = x^3$. Получаем: $-0{,}008 = (-0{,}2)^3$; $-0{,}008 = (-1)^3 \cdot 0{,}2^3$; $-0{,}008 = -0{,}008$. Равенство выполняется. Следовательно, точка A $(-0{,}2; -0{,}008)$ принадлежит графику функции $y = x^3$.

511.



а) $0{,}6^2 > 0{,}6^3$; **б)** $1{,}5^2 < 1{,}5^3$; **в)** $2{,}7^2 < 2{,}7^3$.

512. $S_1 = (3a)^2 = 9a^2$.
Если на $S = a^2$ требуется 20 г, то на $S_1 = 9a^2$ потребуется в 9 раз больше, т.е. 180 г краски.

513. $V_1 = (2a)^3 = 8a^3$.
Если $V = a^3$ наполняется за 45 мин, то $V_1 = 8a^3$ наполняется за 360 мин = 6 ч.

514. **а)** $0{,}13^{16} = (-0{,}3)^{16}$; **б)** $(-1{,}9)^{21} < 1{,}9^{21}$; **в)** $-5{,}6^4 < (-5{,}6)^4$; **г)** $-0{,}8^{11} = (-0{,}8)^{11}$.

515. $8{,}5x = 0{,}5x - 19{,}28x = -19{,}2;$
$x = -2{,}4 \Rightarrow y = -20{,}4$ – точка пересечения графиков $A(-2{,}4; -20{,}4)$.

516. **а)** $a = 6{,}39$, $b = 5{,}46$, $\Rightarrow |6{,}39 - 5{,}46| = 0{,}98$;
б) $a = 0{,}1$, $b = 0{,}208$, $\Rightarrow |0{,}1 - 0{,}208| = 0{,}108$;
в) $a = 43{,}62$, $b = 46{,}48$, $\Rightarrow |43{,}52 - 46{,}68| = 3{,}16$;
г) $a = b = 7{,}5$, $\Rightarrow |7{,}5 - 7{,}5| = 0$.

517. $0{,}00813 \approx 0{,}01$; $1{,}00399 \approx 1{,}00$;
$62{,}128 \approx 62{,}13$; $39{,}0956 \approx 39{,}10$.

518. **а)** $-0{,}6a^3b(-2a^2b^3)^3 = 4{,}8a^9b^{10}$; **б)** $0{,}8xy^4(-6xy^4)^2 = 28{,}8x^3y^2$.

§ 8. Абсолютная и относительная погрешность

519. Найдем по графику функции $y = x^3$ (см. рис. 44) приближенные значения y при $x = 0{,}2$; 1,6 и 1,9: при $x = 1{,}6$ $y \approx 0$; при $x = 1{,}6$ $y \approx 4{,}1$; при $x = 1{,}9$ $y \approx 6{,}9$. По формуле $y = x^3$ найдем точные значения этой функции: при $x = 0{,}2$ $y = 0{,}008$; при $x = 1{,}6$ $y = 4{,}096$; при $x = 1{,}9$ $y = 6{,}859$. Приближенное значение отличается от точного значения в первом случае на 0,008 ($0{,}008 - 0 = 0{,}008$), во втором случае – на 0,004 ($4{,}1 - 4{,}096 = 0{,}004$), а в третьем случае – на 0,041 ($6{,}9 - 6{,}859 = 0{,}041$). Чтобы узнать абсолютную погрешность, нужно найти модуль разности точного и приближенного значений. Итак, в первом случае абсолютная погрешность равна 0,008, во втором – 0,004, в третьем – 0,041.

520. Если $x = 0{,}6$, то $y \approx 0{,}3$; $y = 0{,}36$; $|0{,}36 - 0{,}3| = 0{,}06$;
если $x = 1{,}8$, то $y \approx 3{,}2$; $y = 3{,}24$; $|3{,}24 - 3{,}2| = 0{,}04$;
если $x = 2{,}6$, то $y \approx 6{,}7$; $y = 6{,}76$; $|6{,}76 - 6{,}7| = 0{,}06$.

521. 17,26 17,3; $|17{,}26 - 17{,}3| = 0{,}04$;
12,034 12,0; $|12{,}034 - 12{,}0| = 0{,}034$;
8,654 8,7; $|8{,}654 - 8{,}7| = 0{,}046$.

522. **а)** Округлив число 9,87 до единиц, получаем 10. Теперь найдем абсолютную погрешность приближенного значения, полученного в результате округления. Имеем: $10 - 9{,}87 = 0{,}13$.
б) $124 \approx 120$; $|124 - 120| = 4$;
в) $0{,}453 \approx 0{,}5$; $|0{,}453 - 0{,}5| = 0{,}047$; **г)** $0{,}198 \approx 0{,}20$; $|0{,}198 - 0{,}20| = 0{,}002$.

523. $\frac{1}{3} = 0{,}333$; **а)** $\frac{1}{3} \approx 0{,}3$, то $\left|\frac{1}{3} - 0{,}3\right| = \left|\frac{1}{3} - \frac{3}{10}\right| = \frac{7}{30}$;

б) $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$, то $\left|\frac{1}{3} - 0{,}33\right| = \left|\frac{1}{3} - \frac{33}{100}\right| = \frac{67}{300}$;

в) $\frac{1}{3} \approx 0{,}333$, то $\left|\frac{1}{3} - 0{,}333\right| = \left|\frac{1}{3} - \frac{333}{1000}\right| = \frac{667}{3000}$.

524. $\frac{1}{7} \approx 0{,}14; \left|\frac{1}{7} - 0{,}14\right| = \left|\frac{1}{7} - \frac{7}{50}\right| = \frac{1}{350}$.

525. $\angle ABC = 125°$; $\angle MNK = 43°$ с точностью $h = 1°$.

526. Задача на построение.

527. 17,9 мм – штангенциркулем $h = 0{,}1$ мм;
18 мм – миллиметровой линейкой $h = 1$ мм;
17,86 мм = микрометром и $h = 0{,}04$ мм.

528. $m = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$ кг – точность измерения 0,5 кг.

529. $\left|\frac{1}{6} = 0{,}16\right| = \left|\frac{1}{6} - \frac{4}{25}\right| = \frac{1}{150} < \frac{1}{100}$; $\left|\frac{1}{6} - 0{,}17\right| = \left|\frac{1}{6} - \frac{17}{100}\right| = \frac{1}{300} < \frac{1}{100}$;

$0{,}005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}; \frac{1}{300} < \frac{1}{200} \Rightarrow \frac{1}{6} \approx 0{,}17$ с $h = 0{,}005$.

530. Пусть x ч шли пешком, тогда $(x + 2)$ ч ехали на автобусе
$60(x + 2) + 6x = 252$; $60x + 120 + 6x = 252$; $6x = 132$; $x = 2$ – 2 часа шли пешком, 4 часа ехали на автобусе.

531. а) $\frac{6^7 \cdot 7^8}{42^7} = \frac{6^7 \cdot 7^8}{6^7 \cdot 7^7} = 7$; **б)** $\frac{44^5}{11^3 \cdot 2^{10}} = \frac{11^5 \cdot 2^{10}}{11^3 \cdot 2^{10}} = 11^2 = 121$.

532. а) $\frac{12{,}3}{7{,}5} = \frac{41}{25}$; **б)** $\frac{3{,}7791}{1{,}7} = \frac{37791}{17000} = \frac{2223}{1000} = 2{,}223$;

в) $\frac{1{,}8}{4{,}5} = \frac{2}{5}$; **г)** $\frac{7{,}314}{609{,}5} = \frac{7314}{609\,500} = \frac{3657}{304\,750} = \frac{3}{250} = 0{,}012$.

533. а) Из графиков видно, что время движения первой машины равно 2 ч 50 мин, а время движения второй машины равно 1 ч 30 мин.
б) Раньше начала свое движение первая машина.
в) Скорость движения каждой машины можно найти, разделив их пройденный путь 200 км на время, за которое он был пройден. Тогда скорость движения первой машины равна: $\frac{200}{2\frac{5}{6}} = \frac{200}{\frac{17}{6}} = \frac{200}{1} : \frac{17}{6} =$

$=\frac{200\cdot 6}{17}\approx 70{,}5$ (км/ч). Скорость движения второй машины равна:

$$\frac{200}{1\frac{1}{2}}=\frac{200}{\frac{3}{2}}=\frac{200}{1}:\frac{3}{2}=\frac{200\cdot 2}{3}\approx 133{,}3 \text{ (км/ч)}.$$

г) В город B прибыла раньше вторая машина.

д) Точка пересечения графиков означает встречу машин (встрече соответствует один и тот же момент времени и одинаковое пройденное расстояние).

534. а) Округлив число 5,3 до единиц, получаем 5. Тогда абсолютная погрешность равна $5{,}3-5=0{,}3$. Теперь найдем относительную погрешность. Относительной погрешностью приближенного значения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значения: $\frac{|5{,}3-5|}{|5|}=\frac{0{,}3}{5}=0{,}06=6\%$.

б) $9{,}8\approx 10$; $|9{,}8-10|=0{,}2$; $\frac{0{,}2}{10}=0{,}02=2\%$;

в) $1{,}96\approx 2$; $|1{,}96-2|=0{,}04$; $\frac{0{,}04}{2}=0{,}02=2\%$;

г) $7{,}5\approx 8$; $|7{,}5-8|=0{,}5$; $\frac{0{,}5}{8}=0{,}0625=6{,}25\%$.

535. $3\frac{3}{8}=3{,}375\approx 3{,}4$; $(3{,}375-3{,}4)=0{,}025$; $\frac{0{,}0375}{12{,}4}\approx 0{,}003=0{,}3\%$.

536. $2{,}525\approx 2{,}5$; $\frac{|2{,}525-2{,}5|}{2{,}5}=\frac{0{,}025}{2{,}5}=0{,}01=1\%$.

537. Если $x=0{,}8$, то $y\approx 0{,}6$; $y=0{,}64$; $\frac{|0{,}64-0{,}6|}{0{,}6}=\frac{0{,}04}{0{,}6}\approx 0{,}067=6{,}7\%$;

если $x=1{,}6$, то $y\approx 2{,}6$; $y=2{,}56$; $\frac{|2{,}56-2{,}6|}{2{,}6}=\frac{0{,}04}{2{,}6}\approx 0{,}015=1{,}5\%$.

538. $t\approx 17°C$ с точностью $0{,}5°C$; $\frac{0{,}5}{17}\approx 0{,}029=2{,}9\%$.

539. Относительной погрешностью приближенного значения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значе-

ния. Найдем сначала абсолютную погрешность экспериментального результата: 7,8 – 7,6 = 0,2 (г/см²). Теперь найдем относительную погрешность. Имеем: $\frac{0{,}2}{7{,}6}=\frac{2}{76}=\frac{1}{38}\approx 0{,}03=3\%$.

540. $\frac{0{,}1}{510{,}2}\approx 0{,}00019\approx 0{,}02\%$.

541. $d\approx 0{,}15$ мм; $h_1=0{,}01$ мм; $\frac{0{,}01}{0{,}15}\approx 0{,}067=6{,}7\%$;

$l\approx 384\,000$ км; $h_2=500$ км; $\frac{500}{384\,000}\approx 0{,}0013=0{,}13\%$;

6,7% > 0,13%, измерения толщины волоса сделаны менее качественно.

542. 1,5 кг = 1500 г; $\frac{5}{1500}\approx 0{,}0034=0{,}34\%$;

2,5 кг = 2500 г; $\frac{5}{2500}\approx 0{,}002=0{,}2\%$; 0,34% > 0,2%.

543. Если $y_1=16y$, то $x_1=4x$, т.е. абсцисса точки A меньше абсциссы точки B в 4 раза.

544. а) $\frac{24^4\cdot 6^3}{48^3\cdot 3^4}=\frac{8^4\cdot 3^4\cdot 3^3\cdot 2^3}{8^3\cdot 6^3\cdot 3^4}=8$; **б)** $\frac{35^7\cdot 2^4}{5^6\cdot 14^5}=\frac{7^7\cdot 5^7\cdot 2^4}{5^6\cdot 7^5\cdot 2^5}=\frac{7^2\cdot 5}{2}=122{,}5$.

545. С осью Oy: $A(0;\ 9{,}1)$; с осью Ox: $2{,}6x+9{,}1=0$; $2{,}6x=-9{,}1$; $x=-\frac{7}{2}$ $\Rightarrow$

$B(-3{,}6;\ 0)$.

Дополнительные упражнения к главе III

546. а) $3^2+4^2+5^2=6^2$ – неверно, т.к. $12+16+25\neq 36$;

б) $(1+2+3+4)^2=1^3+2^3+3^3+4^3$; $100=1+8+27+64$ – верно; $100=100$.

547. 36^7 – оканчивается 6; 15^5 – оканчивается 5; 31^9 – оканчивается 1. Отсюда $6+5-1=10$, значит $(26^7+15^5-31^9)$ – оканчивается на 0, а по признакам делимости это число кратко 10, т.к. будет делиться на 10 без остатка.

548. а) $54=9\cdot 6=3^3\cdot 2$; **б)** $144=(12)^2=(3\cdot 4)^2=3^2\cdot 4^2$;

в) $225=(15)^2=(5\cdot 3)^2=5^2\cdot 3^2$; **г)** $500=5\cdot 10^2=5\cdot(5\cdot 2)^2=5^3\cdot 2^2$.

549. а) $64=2^6$; **б)** $81=3^4$; **в)** $512=2^9$; **г)** $729=3^6$; **д)** $1024=2^{10}$.

550. **а)** $6 = 2 + 2 + 2 = 2^2 + 2$; **в)** $42 = 2^5 + 2^3 + 2$;
б) $18 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2^4 + 2$.

551. **а)** $121 = 11^2$; **б)** $-32 = (-2)^5$; **в)** $0{,}125 = 0{,}5^3$;
г) $625 = 5^4$; **д)** $-0{,}216 = (-0{,}6)^3$; **е)** $0{,}343 = 0{,}7^3$.

552. **а)** $0{,}001x^5$, если $y = -0{,}2$, то $-0{,}032$;
б) $1000y^3$, если $y = 0{,}1$, то 1;
в) x^2y^4, если $x = 5$, $y = 2$, то $25 \cdot 16 = 400$;
г) $3x^3y^3$, если $x = -2$, $y = -5$, то $3 \cdot (-8) \cdot (-125) = 3000$.

553. **а)** $(-1)^6 = 1$; **б)** $(-1)^{11} = -1$; **в)** $(-1)^{23} = -1$; **г)** $(-1)^{70} = 1$.

554. **а)** Куб числа равен 5 равен $5^3 = 125$, а куб числа (-3) равен $(-3)^2 = (-1)^3 \cdot 3^3 = -1 \cdot 27 = -27$. Тогда сумма кубов чисел 5 и (-3) равна $5^3 + (-3)^3 = 125 + (-27) = 125 - 27 = 98$.
б) Найдем сумму двух данных чисел. Имеем: $9 + (-11) = 9 - 11 = -2$. Тогда куб суммы этих двух чисел равен $(9 + (-11))^3 = (-2)^3 = -1 \cdot 8 = -8$.

555. **а)** $(-0{,}03)^8 > 0$; **б)** $0 > (-1{,}25)^7$; **в)** $(-1{,}75)^3 < (-0{,}29)^2$; **г)** $0{,}98^6 < 1{,}02^6$.

556. **а)** $2^3 < 3^2$; $8 < 9$ на 1; **б)** $5^2 < 2^5$; $28 < 32$ на 7;
в) $2 \cdot 3^2 < 3 \cdot 2^3$; $18 < 24$ на 5;**г)** $(11 + 19)^2 > 11^2 + 19^2$; $900 > 482$ на 418.

557. **а)** $(-12)^2 > (-12)^3$; **б)** $0^2 = 0^3$; **в)** $5^2 < 5^3$.

558. **а)** если $x = 1{,}5$, то $x^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25$; $-x^2 = -1{,}5^2 = -2{,}25$; $(-x)^2 = (-1{,}5)^2 = 2{,}25$;
если $x = -2$, то $x^2 = (-2)^2 = 4$; $-x^2 = -(-2)^2 = -4$; $(-x)^2 = (-(-2))^2 = 4$;
б) если $x = 1{,}5$, то $x^3 = 1{,}5^3 = 3{,}375$; $-x^3 = -1{,}5^3 = -3{,}375$; $(-x)^3 = (-1{,}5)^3 = -3{,}375$;
если $x = -2$, то $x^3 = (-2)^3 = -8$; $-x^3 = -(-2)^3 = 8$; $(-x)^3 = (-(-2))^3 = 8$.

559. **а)** Число 10^n всегда положительно и больше, либо равно десяти. Значит, числитель данной дроби всегда будет положительным числом. Число 10^n всегда заканчивается числом 0. Следовательно, если от этого числа отнять 1, оно будет содержать одни девятки. Таким образом, числитель данной дроби будет делиться на 9 нацело. Мы доказали, что значение данной дроби будет являться натуральным числом.
б) Аналогично № 559 а) число 10^n всегда положительно. Сумма цифр такого числа будет равна 1. Следовательно, если к этому числу прибавить число 8, то сумма цифр этого числа станет равна 9. Тогда по признаку делимости число $(10^n + 8)$ без остатка делится на 9. Значит, значение дроби $\dfrac{10^n + 8}{9}$ является натуральным числом.

560. **а)** $x^4 = 81$; корни: -3; 3; **б)** $x^6 = 64$; корни: -2; 2;
в) $x^2 - x = 2$; корни: 2; -1; **г)** $x^4 + x^3 = 6x^2$; корни: -3; 2;
д) $x^3 - 3a^2 - 4x = 12$; корни: 2; -2; 3; **е)** $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$; корни: -1; 1; -3.

561. а) $x^2 + 1 = 0 - x^2 = -1$ – решений нет, т.к. $x^2 \geq 0$;

б) $2x^6 + 3x^4 + x^2 + 1 = 0 - x^6 \geq 0$; $x^4 \geq 0$; $x^2 \geq 0$, а сумма положительных чисел не равна нулю, поэтому решений нет.

562. $(2x + 3)^2 = 0$; $2x + 3 = 0$; $2x = -3$; $x = -1{,}5$.

563. Если число x будет положительным, то при возведении его в любую степень, как четную, так и нечетную, получится положительное число. Значит, каждое слагаемое данного уравнения будет положительным числом, а сумма положительных чисел не может быть равна нулю.

564. $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$.

Если $x \leq 0$, то $x^6 \geq 0$; $x^4 \geq 0$; $x^2 \geq 0 \Rightarrow$ сумма всех слагаемых больше нуля, $-x^5 \geq 0$; $-x^3 \geq 0$; $-x \geq 0$, а у нас равно нулю, значит, предположение $x \leq 0$ неверно. Следовательно, отрицательных корней нет.

565. а) $a^{10} \cdot a^{12} \cdot -(-a^5) = -a^{27}$; б) $x(-x)(-x^6) = x^8$; в) $y^k y^8 y^2 = y^{k+10}$; г) $b^n b^n b^3 = b^{2n+3}$.

566. а) $2^5 \cdot 8 = 2^8$; б) $16 \cdot 64 = 2^4 \cdot 2^6 = 2^{10}$; в) $7^n \cdot 343 = 7^{n+3}$; г) $81 \cdot 3^k = 3^{4+k}$.

567. а) $a^{10} = a^5a^5$; б) $a^6 = a^5a$; в) $-a^{40} = -a^{35}a^5$.

568. а) $c^2x = c^5$; $x = c^3$; б) $xc^5 = c^9$; $x = c^4$; в) $c^6x = c^{11}$; $x = c^5$; г) $c^4x = c^{15}$; $x = c^{11}$.

569. а) $b^{15} : b^{12} = b^3$; б) $7^{39} : 7^{13} = 7^{26}$; в) $a^{11} : a = a^{10}$; г) $12^{100} : 12^{99} = 12$.

570. а) $13^{100} : 13^{98} = 13^2 = 169$; б) $\dfrac{3^8 \cdot 2^7}{3^6 \cdot 2^5} = 3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$;

в) $2^{14} : 8^4 = 2^{14} : 2^{12} = 2^2 = 4$; г) $\dfrac{9^5 \cdot 5^9}{3^9 \cdot 5^{10}} = \dfrac{3^{10} \cdot 5^9}{3^9 \cdot 5^{10}} = \dfrac{3}{5}$;

д) $5^{10} : 25^4 = 5^{10} : 5^8 = 25$; е) $\dfrac{3^8 \cdot 5^8}{3^{10} \cdot 5^7} = \dfrac{5}{3^2} = \dfrac{5}{9}$.

571. а) Представим делимое 6^{n-3} как $6^n \cdot 6^3$. Имеем: $\dfrac{6^{n+3}}{6^n} = \dfrac{6^n \cdot 6^3}{6^n}$ $6^3 = 216$.

572. а) $(217 - 43{,}07 \cdot 4)^0 + 5 \cdot \dfrac{1}{3} = 1 + 1\dfrac{2}{3} = 2\dfrac{2}{3}$;

б) $17{,}83^0 \cdot 6{,}4 + \dfrac{1}{7} \cdot 2{,}8 = 6{,}4 + 0{,}4 = 6{,}8$.

573. а) Представим данное выражение в виде квадрата числа $(-1)^n$. Имеем:

$(-1)^n \cdot (-1)^n = \left((-1)^n\right)^2$. Раскроем скобки. Получаем: $\left((-1)^n\right)^2 = (-1)^{2n}$.

Число (-1) в четной степени $2n$ в результате дает единицу. Значит, $(-1)^{2n} = 1$.

б) $(-1)^n \cdot (-1)^n = (-1)^{2n} = -1$.

574. Если r увеличится в 3 раза, то S увеличится в 9 раз;
если r увеличится в 7 раз, то S увеличится в 49 раз.

575. Если r увеличится в 2 раза, то V увеличится в 8 раз;
если r увеличится в 4 раза, то V увеличится в 64 раза.

576. а) $|x|^2 = x^2$ – верно при любом x;
б) $|x|^3 = x^3$ – верно только при $x = 0$, а при $x < 0$ – неверно.

577. а) $4^5 \cdot 2{,}5^5 = (10)^5 = 100\,000$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{13} \cdot 3^{13} = 1^{13} = 1$;

в) $0{,}2^9 \cdot 5^7 = 0{,}2^2 \cdot (0{,}2 \cdot 5)^7 = 0{,}2^2 \cdot 1^7 = 0{,}04$;
г) $0{,}4^{10} \cdot 2{,}5^{12} = (0{,}4 \cdot 2{,}5)^{10} \cdot 2{,}5^2 = 1^{10} \cdot 2{,}5^2 = 6{,}25$;
д) $0{,}2^6 \cdot 25^3 = 0{,}2^3 \cdot (0{,}2 \cdot 25)^3 = 0{,}008 \cdot 5^3 = 1$;
е) $\left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot 81^4 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{9} \cdot 81\right)^4 = \frac{1}{81} \cdot 81 \cdot 81 = 81$.

578. а) $10^7 < 2^8$, т.к. $10^7 < 2 \cdot 10^7$; б) $6^{12} > 2^{13}$, т.к. $6^{11} \cdot 6 > 6^{11} \cdot 4$;
в) $25^{25} < 2^{50} \cdot 3^{50}$, т.к. $5^{50} < 6^{50}$; г) $63^{30} > 3^{60} \cdot 5^{30}$, т.к. $63^{30} > 15^{30} \cdot 3^{30}$, т.к. $63^{30} > 45^{30}$.

579. а) $(-3^3)^2 = 3^6$; б) $(-3^2)^3 = 3^6$; в) $-(3^4)^2 = -3^8$; г) $-(-3^2)^3 = 3^6$.

580. а) $(x^3)^2 \cdot (-x^3) = x^{18}$; б) $(-y^3)^7 \cdot (-y^4)^5 = y^{41}$;
в) $(x^7)^5 \cdot (-x^2)^6 = x^{47}$; г) $(-c^9)^4 \cdot (c^5)^2 = c^{46}$.

581. а) $p^5 = x^{20}; p = x^4$; б) $p^7 = x^{21}; p = x^3$; в) $p^3c^8 = c^{20}; p = c^4$; г) $y^7 \cdot (y^2)^4 = p^5; p = y^3$.

582. а) $4^5 \cdot 2^{21} = 2^{31}$; б) $25^{13} : 5^{11} = 5^{15}$;
в) $8^6 \cdot 16^{13} = 2^{15} \cdot 2^{52} = 2^{67}$; г) $27^{10} : 9^{15} = 3^{30} : 3^{80} = 1$.

583. а) $(-x^3)^7 = -x^{21}$; б) $(-x^2)^5 = -x^{10}$; в) $(-x)^4x^8 = x^{12}$; г) $(-x^5)^7 \cdot (x^2)^3 = -x^{41}$.

584. а) $2^{16} = (2^3)^5 = (2^5)^3 = 2^2 \cdot 2^{13} - 2^3 \cdot 2^{12} = 2^4 \cdot 2^{11} = 2^5 \cdot 2^{10} = 2^6 \cdot 2^9 = 2^7 \cdot 2^8$;
б) $2^6 = (2^3)^2 = (2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^4 = 2^3 \cdot 2^3$.

585. а) Пусть первое число будет равно a, второе число будет равно b. Тогда их квадраты равны соответственно a^2 и b^2. По условию: $a^2 + b^2 = 0$. Данное равенство выполняется при $a = 0$ и $b = 0$, т. к. если a и b будут отличны от нуля, то числа a^2 и b^2 будут положительны, т.е. не дадут в сумме 0.

б) Пусть одно число будет равно a, а второе число будет равно b. Сумма этих двух чисел равна $(a + b)$. Тогда квадрат суммы чисел a и b равен $(a + b)^2$. По условию: $(a + b)^2 = 0$. Квадрат числа равен нулю, если само это число равно нулю, т. е. $a + b = 0$. Значит, квадрат суммы двух чисел равен нулю тогда, когда сумма этих чисел равна нулю (т. е. когда эти числа имеют противоположные знаки: $a = -b$).

586. Если число a оканчивается 1, то a^n тоже оканчивается 1. Это справедливо для чисел, оканчивающихся на 5, на 6 и на 0.

587. а) $3^{4k} = (3^4)^k = 81^k$ – оканчивается 1, так как если число в оканчивается 1, то a^n тоже оканчивается 1;

б) $(10^k - 1)$ – состоит из девяток, а значит, сумма цифр делятся на 3 значит, $(10^k - 1)$ кратно 3.

588. а) Если $a = 0$, то $7a^3 = 0$
если $a = 1$, то 7;
если $a = -1$, то -7;
если $a = -0{,}1$, то $-0{,}007$;
если $a = 0{,}2$, то $0{,}056$;

б) если $x = 2$, то $-4x^3 = 32$;
если $x = -3$, то 108;
если $x = 20$, то $-32\,000$;
если $x = -0{,}2$, то $0{,}032$;
если $x = 0{,}5$, то $\frac{1}{2}$.

589. а) Если $a = -6, b = 3\frac{1}{3}$, то $-4{,}5 \cdot (-6) \cdot 3\frac{1}{3} = 90$;

если $a = \frac{3}{4}, b = -\frac{2}{3}$, то $-4{,}5 \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 2{,}25$;

если $a = -\frac{5}{9}, b = -1\frac{3}{5}$, то $-4{,}5 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right) = 90$;

б) если $x = -4$, $y = 8$, то $0{,}001 \cdot (-4)^3 \cdot 9 = -0{,}512$;

если $x = 6$, $y = -\frac{1}{9}$, то $0{,}001 \cdot 6^3 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -0{,}024$;

если $x = -1$, $y = 125$, то $0{,}001 \cdot (-1)^3 \cdot 125 = -0{,}125$;
если $x = 18$, $y = 0$, то $0{,}001 \cdot (18)^3 \cdot 0 = 0$;

в) если $m = -1\frac{1}{3}, n = 1\frac{1}{4}$, то $225 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^2 = 625$;

если $m = -0{,}2$, $n = -0{,}5$, то $225 \cdot (-0{,}2 \cdot (-0{,}5))^2 = 2{,}25$;
если $m = 0$, $n = -6$, то $225 \cdot 0 \cdot 36 = 0$;

если $m = \frac{1}{6}, n = 3\frac{1}{5}$, то $225 \cdot \left(\frac{1}{6} \cdot 3\frac{1}{5}\right)^2 = 8^2 = 64$.

590. а) $3x^8y$ – степень 9; б) $-10ab^2c^3$ – степень 6; в) a^9b^9 – степень 18;
г) $-xyz$ – степень 3; д) $-8x^0$ – степень 0; е) 2,4 – степень 0.

591. а) $5ab \cdot 0{,}7bc \cdot 40ac = 140a^2b^2c^2$ – степень 6;

б) $-0{,}45bd \cdot \left(-1\frac{1}{9}ad\right) \cdot 9ab = 4{,}5a^2b^2d^2$ – степень 6;

в) $-1{,}9ab \cdot (-16abc) \cdot (-0{,}5c) = -15{,}2a^2b^2c^2$ – степень 6;

г) $-a^3b \cdot 3a^2b^4 = -3a^5b^5$ – степень 10;

д) $0{,}6x^3y \cdot (-0{,}5xy^3) = -0{,}3x^4y^4$ – степень 8;

е) $-0{,}32m^7n^4 \cdot \left(-3\frac{1}{8}m^3n^6\right) = m^{10}n^{10}$ – степень 20.

592. а) $5xy^2$; $5x^2y$; б) $5xy^3$; $5x^2y^2$; $5x^3y$.

593. а) $-8x^2y^3 \cdot 0{,}2xy^3 = -1{,}6x^3y^6$; б) $m^2n^2 \cdot 0{,}5m^3n = 0{,}5m^5n^3$;

в) $-2{,}4x^3a \cdot (-0{,}5xy^3) = 1{,}2x^4ay^3$; г) $1{,}25xy^2 \cdot (-0{,}4yz^2) \cdot (-0{,}3x^2z) = 0{,}15x^3y^3z^3$;

д) $-2{,}5abc \cdot (-abc) \cdot (3{,}4a^2b) = 8{,}5a^4b^3c^2$;

е) $0{,}8a^5bx \cdot (-0{,}4ab^2x^3) \cdot (-0{,}5ab^4x^3) = 0{,}16a^7b^7x^7$.

594. а) Представим в данном одночлене степень переменной y в виде $2 + 1$, степень переменной x в виде $4 + 1$, а число 100 как $20 \cdot 5$. Получаем:
$100x^5y^3 = 20 \cdot 5x^{4+1}y^{2+1} = 20 \cdot 5x^4 \cdot x \cdot y^2 \cdot y = (20x^4y)(5xy^2)$.

б) $-30x^4y^5 = 20x^4y \cdot (-1{,}5y^4)$; в) $-4x^{16}y = 20x^4y \cdot (-0{,}2x^{12})$; г) $x^{10}y^2 = 20x^4y \cdot 0{,}05x^6y$.

595. а) $-8a^5c = -4ac^2 \cdot 2a^4c$; б) $-b^6y^{12} = -\frac{1}{3}by^5 \cdot 3b^5y^4$; в) $60x^{10}y^{15} = 20x^7y^8 \cdot 3x^3y^7$.

596. а) $(-10ab^{12})^2 = 100a^2b^{24}$; б) $(-0{,}2x^4y)^4 = 0{,}0016x^{16}y^4$;

в) $(-3xy^2a^3) = -27x^3y^6a^9$; г) $(-0{,}5ab^2c^3)^4 = 0{,}0625a^4b^8c^{12}$.

597. а) $27a^2b^5 \cdot 3a^{10}b^3 = 81^{12}b^8 = (3a^3b^2)^4$;

б) $-64a^8x^{11} \cdot (-0{,}25a^2x^9) = 16a^{10}x^{20} = (4a^5x^{10})^2$;

в) $0{,}01b^5c^3 \cdot (-0{,}1bc^6) = -0{,}001b^6c^9 = (-0{,}1b^2c^3)^3$;

г) $-\frac{9}{16}p^9q^{14} \cdot \frac{3}{4}p^3q^4 = -\frac{27}{64}p^{12}q^{18} = \left(-\frac{3}{4}p^4q^6\right)^3$.

598. а) $(-0{,}2y)^3 \cdot 50y^2 = -0{,}4y^5$; б) $-60c^6 \cdot (-0{,}5c^2)^3 = 7{,}5c^{12}$;

в) $(-0{,}6x^3)^2 \cdot (-5x^4) = -1{,}8x^{10}$; г) $\left(-3a^4b\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{9}a^{12}b^8\right) = 7a^{20}b^{10}$;

д) $-\frac{1}{2}bc^2 \cdot \left(\frac{2}{3}b^3c^5\right)^3 = -\frac{4}{27}b^{10}c^{17}$; е) $(-0{,}4x^5y^6)^3 \cdot (-1000x^5y^{10}) = 64x^{20}y^{28}$.

599. а) $(2ab)^2 \cdot (-3ab)^3 = -108a^5b^5$; б) $(-0{,}2xy)^3 \cdot (-5xy)^2 = -0{,}2x^5y^5$;

в) $-(3xy)^2 \cdot (-3x)^3 = 243x^5y^2$; г) $-(-0{,}5ac^2)^2 \cdot (-2a^2c)^3 = 2a^8c^7$;

д) $(-3mn^2)^4 \cdot (-m^2n)^3 = -81m^{10}n^{11}$; е) $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \cdot \left(2x^3y^2\right)^2 = \frac{1}{2}x^{12}y^7$;

ж) $\left(\frac{2}{3}a^2b\right)^2 \cdot (-3ab)^4 = 36a^8b^8$; з) $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^2 = -\frac{1}{6}x^8y^7$.

600. а) $(-x^2y^2)^4 \cdot (-xy)^2 = x^{10}y^{10}$; б) $\left(-\frac{1}{3}xy^3\right)^2 \cdot (-3x)^3 = 3x^5y^6$;

в) $(-2x^3y)^3 \cdot (-2y^2)^3 = 64x^9y^9$; г) $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^3 \cdot \left(9ab^2\right)^2 = 3a^8b^7$;

д) $\left(-5a^3b\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}ab^3\right)^3 = \frac{1}{5}a^9b^{11}$; е) $\left(-\frac{2}{7}ab^4\right)^2 \cdot \left(-3\frac{1}{2}a^3b\right)^2 = a^8b^{10}$.

601. а) $3m^4n^2 = 3 \cdot (m^2n)^2$; б) $\frac{3}{4}m^8n^4 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}m^4n^2\right)^2$.

602. $F(-4; b) \in \Gamma_{y=x^2}$, значит, $y = (-4)^2$; $y = 16 \Rightarrow P(-4; 16)$; точка $Q(4; b) \in \Gamma_{y=x^2}$.

603. а) $0{,}23 > 0{,}23^2$; $0{,}23 > 0{,}23^3$; $0{,}23^2 > 0{,}23^3$;
б) $1{,}47 < 1{,}47^2$; $1{,}47 < 1{,}47^3$; $1{,}47^2 < 1{,}47^3$.

604. а) $A(a; b) \in \Gamma_{y=x^2}$, $B(-a; b)$ – принадлежит;

$C(a; -b)$; $D(-a; -b)$ – не принадлежат, т.к. $-b < 0$, а $y > 0$.

б) $A(a; b) \in \Gamma_{y=x^2}$, $D(-a; -b)$ – принадлежит;

$B(-a; b)$; $C(a; -b)$ – не принадлежат.

Так как график функции $y = x^3$ симметричен относительно начала координат, то точкой, симметричной $A(a; b)$, является точка $D(-a; -b)$. А по условию, $A(a; b) \in \Gamma_{y=x^2}$, значит, $D \in \Gamma_{y=x^2}$.

605. а) если $0 < a < 1>$ то $a^3 < a^2 < a$; б) если $a > 1$, то $a < a^2 < a^3$;
в) если $-1 < a < 0$, то $a < a^3 < a^2$; г) если $a < -1$, то $a^3 < a < a^2$.

606. а) $y = \frac{1}{9} = 0{,}1111\ldots$; если $y \approx 0{,}1$, то $\left|\frac{1}{9} - 0{,}1\right| = \left|\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right| = \frac{1}{90}$;

если $y \approx 0{,}11$, то $\left|\frac{1}{9} - 0{,}11\right| = \left|\frac{1}{9} - \frac{11}{100}\right| = \frac{1}{900}$;

если $y \approx 0{,}111$, то $\left|\frac{1}{9} - 0{,}111\right| = \left|\frac{1}{9} - \frac{1111}{1000}\right| = \frac{1}{9000}$;

б) $y=\frac{4}{11}=0,3636...$; если $y=0,4$, то $\left|\frac{4}{11}-0,4\right|=\left|\frac{4}{11}-\frac{4}{10}\right|=\frac{4}{110}=\frac{2}{55}$;

если $y=0,36$, то $\left|\frac{4}{11}-0,36\right|=\left|\frac{4}{11}-\frac{9}{25}\right|=\frac{1}{275}$;

если $y=0,364$, то $\left|\frac{4}{11}-0,36\right|=\left|\frac{4}{11}-\frac{91}{250}\right|=\frac{1}{2750}$.

607. $\left|\frac{2}{11}-0,18\right|=\left|\frac{2}{11}-\frac{9}{50}\right|=\frac{1}{550}$; $\left|\frac{2}{11}-0,19\right|=\left|\frac{2}{11}-\frac{19}{100}\right|=\frac{9}{1100}$;

$\frac{1}{550}=\frac{2}{1100}<\frac{9}{1100}$, значит если $\frac{2}{11}\approx 0,18$ – точнее.

608. $3\frac{1}{7}$; $3\frac{10}{71}$ – бесконечные десятичные дроби. Они не могут быть приближенными значениями π, а по правилам округления десятичных дробей 3,142 – самое точное.

609. $|1,361-1,4|=0,039<0,1$, ч.т.д.

610. $\frac{7}{16}=0,4375$.

а) $\frac{7}{16}\approx 0,4$; $\left|\frac{7}{16}-\frac{2}{5}\right|=\frac{|35-32|}{80}=\frac{3}{80}=0,0375<0,1$;

б) $\frac{7}{16}\approx 0,44$; $\left|\frac{7}{16}-\frac{11}{25}\right|=\frac{|175-176|}{80}=\frac{1}{400}=0,0025<0,01$;

в) $\frac{7}{16}\approx 0,438$; $\left|\frac{7}{16}-\frac{219}{500}\right|=\frac{|3500-3504|}{8000}=\frac{4}{8000}=0,0005<0,001$.

611. $\frac{2}{7}+\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$; $\frac{2}{7}\approx 0,3$; $\frac{5}{14}\approx 0,4$; $0,3+0,4=0,7$;

$\left|\frac{2}{7}-0,3\right|=\left|\frac{2}{7}-\frac{3}{10}\right|=\frac{1}{70}$; $\left|\frac{5}{14}-\frac{2}{5}\right|=\frac{3}{70}$; $\left|\frac{9}{14}-\frac{7}{10}\right|=\frac{4}{70}$.

612. $c=\frac{a+b}{2}$; $\left|a-\frac{a+b}{2}\right|=\frac{|2a-a-b|}{2}=\frac{|a-b|}{2}$;

$\left|b-\frac{a+b}{2}\right|=\frac{|2b-a-b|}{2}=\frac{|b-a|}{2}$.

613. а) $38{,}9 \approx 40$; $\dfrac{|38{,}9-40|}{40} = \dfrac{1{,}1}{40} = 0{,}0275 = 2{,}75\%$;

б) $4219 \approx 4220$; $\dfrac{|4219-4220|}{4220} = \dfrac{1}{4220} = 0{,}00024 = 0{,}02\%$.

614. $\dfrac{0{,}5}{63} \approx 0{,}0079 = 0{,}79\%$; $\dfrac{0{,}01}{0{,}15} \approx 0{,}0667 = 6{,}67\%$.

Измерения массы железнодорожного вагона сделаны точнее, т.к. $0{,}79\% < 6{,}67\%$.

615. $\dfrac{x}{492} = 0{,}1\%$; $\dfrac{x}{492} = 0{,}001$; $x = 0{,}492 < 0{,}5$.

Измерения сделаны с точностью до 0,5.

Глава IV

Многочлены

§9. Сумма и разность многочленов

616. а) $-6x^4$; y^3; $-5y$; 11; **б)** $25ab$; ab^2; $-a^2b$; $8a$; $-7b$.

617. а) $10x - 8xy - 3xy = 10x - 11xy$; **б)** $2ab - 7ab + 7a^2 = -5ab + 7a^2$;

в) $3x^4 - 6x + 7x^2 - 8x^4 + 5x = -5x^4 + 7x^2$;

г) $2a^3 + a^2 - 17 - 3a^2 + a^3 - a - 80 = 3a^3 - 2a^2 - a - 97$;

д) $12ab^2 - b^8 - 6ab^2 + 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3 = ab^2 + b^3 + 3a^2b$;

е) $2a^2 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4 = a^4 + 2a^2 - a^2x^3$.

618. а) $-a^4 + 2a^3 - 4a^4 + 2a^2 - 3a^2 = -5a^4 + 2a^3 - a^2$;

б) $1 + 2y^6 - 4y^3 - 6y^6 + 4y^3 - y^5 - 9 = -4y^6 - y^5 - 8$;

в) $10x^2y - 5xy^2 - 2x^2y + x^2y - 3xy^2 = 9x^2y - 8xy^2$;

г) $3ab^3 + 6a^2b^2 - ab^3 - 2a^2b^2 - 4a^2b^2 + 7 = 2ab^3 + 7$.

619. а) $-8p^4 + 12p^3 + 4p^4 - 8p^2 + 3p^2 = -4p^4 + 12p^3 - 5p^2$;

б) $2aa^2 + a^2 - 3a^2 + a^3 - a = 3a^3 - 2a^2 - a$;

в) $3xx^4 + 3xx^3 - 5x^2x^3 - 5x^3x = 3x^5 + 3x^4 - 5x^5 - 5x^3 = -2x^5 + 3x^4 - 5x^3$;

г) $3a \cdot 4b^2 - 0{,}8b \cdot 4b^2 - 2ab \cdot 3b + b \cdot 3b^2 - 1 = 12ab^2 - 3{,}2b^3 - 6ab^2 +$
$+ 3b^2 - 1 = 6ab^2 - 0{,}2b^3 - 1$.

620. а) $2a^2x^3 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4 = a^4 + a^2x^3$;

б) Для записи многочлена в стандартном виде перемножим одночлены и приведем подобные члены многочлена: $5x \cdot 2y^2 - 5x \cdot 3xy - x^2y + 6xy^2 =$
$= 10xy^2 - 15x^2y - x^2y + 6xy^2 = (10xy^2 + 6xy^2) + (-15x^2y - x^2y) = 16xy^2 - 16x^2y$.
Заметим, что в скобках были выделены подобные члены.

621. а) $5x^6 - 3x^2 + 7 - 2x^6 - 3x^6 + 4x^2 = x^2 + 7$;

если $x = 10$, то $(-10)^2 + 7 = 100 + 7 = 107$;

б) $4a^2b - ab^2 - 3a^2b + ab^2 + 6 = a^2b - ab + 6$;

если $a = -3$, $b = 2$, то $(-3)^2 \cdot 2 - (-3) \cdot 2 + 6 = 18 + 6 + 6 = 30$.

622. а) $6a^3 - a^{10} + 4a^3 + a^{10} - 8a^3 + a = 2a^3 + a$;

если $a = -3$, то $2 \cdot (-3)^3 + (-3) = 2 \cdot (-27) - 3 = -54 - 3 = -57$;

б) $4x^6y^3 - 3x^6y^3 + 2x^2y^2 - x^6y^3 - x^2y^2 + y = x^2y^2 + y$;

если $x = -2$, $y = -1$, то $(-2)^2 \cdot (-1)^2 + (-1) = 4 - 1 = 3$.

623. Если $x = 0$, то $2 \cdot 0 + 1 = 1$;

если $x = -2$, то$2 \cdot (-2)^2 + 1 = 8 + 1 = 9$;

если $x = 3$, то $2 \cdot 3^2 + 1 = 18 + 1 = 19$;

если $x = -4$, то $2 \cdot (-4)^2 + 1 = 32 + 1 = 33$;

$2x^2 + 1 > 0$, при любых значениях x, т.к. $x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 1 \geq 1$.

Таким образом, значений x, при которых многочлен отрицателен или равен нулю, не существует.

624. $x^2 + y^2 + 1 > 0$ при любом x и y, т.к. $x^2 \geq 0$, $y^2 \geq 0$ при любом x и y, а сумма трех положительных слагаемых всегда положительна.

625. а) $a \cdot 10 + b$; **б)** $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

626. а) Заметим, что любое число в нулевой степени равно единице. Следовательно, число $1 = 1 \cdot x^0$ имеет нулевую степень. Далее расположим степени по убывающей: пятая, четвертая, третья, первая и нулевая. В итоге получаем: $-8a^5 + 17a^4 - a^3 + 3a - 1$.

б) Аналогично № 626 а), число $35 = 35 \cdot x^0$ имеет нулевую степень. Располагаем степени по убывающей: шестая, четвертая, вторая и нулевая. В результате имеем: $-c^6 - c^4 + 5c^2 + 35$.

627. а) Заметим, что любое число в нулевой степени равно единице. Следовательно, число $5 = 5 \cdot x^0$ имеет нулевую степень. Итак, наименьшая степень переменной – нулевая. Далее расположим степени по возрастающей: нулевая, первая, вторая и четвертая степени. В итоге получаем: $x^4 - 5 - x^2 + 12x = -5 + 12x - x^2 + x^4$.

б) $2y + y^3 - y^2 + 1 = 1 + 2y - y^2 + y^3$.

628. а) $4a^6 - 2a^7 + a - 1$; степень 7; **б)** $5p^3 - p - 2$; степень 3;
в) $1 - 3x$; степень 1; **г)** $4xy + xy^2 - 5x^2 + y$; степень 3;
д) $8x^4y + 5x^2y^3 - 11$; степень 5; **е)** $xy + yz + xz - 1$; степень 2.

629. а) $7y^4 + 3y + 5$; **б)** $a^2b^2 + 2a^2b - 3b + 8$.

630. а) $x^2 + 4{,}23$; если $x = 1{,}97$, то $1{,}97^2 + 4{,}23 = 8{,}1109$;
б) $321{,}8 - x^2$; если $x = 2{,}17$, то $321{,}8 - 2{,}17^2 = 317{,}0911$;
в) $a^4 + 2b$; если $a = 2{,}3$; $b = 138{,}9$, то $2{,}3^4 + 2 \cdot 138{,}9 = 27{,}9841 + 277{,}8 = 305{,}7841$;
г) $3a - b^5$; если $a = 806{,}2$, то $3 \cdot 806{,}2 - 1{,}7^5 = 2418{,}6 - 14{,}19857 = 2404{,}4015b = 1{,}71$.

631. а) $0{,}3y = 70;\ y = 233\frac{1}{3}$; **б)** $\frac{5}{8}x = -1; x = -\frac{8}{5}$;

в) $\frac{1}{9}a = -\frac{3}{7}; a = -\frac{3}{7} : \frac{1}{9}; a = -\frac{27}{7} = -3\frac{6}{7}$.

632. а) $\frac{5^3 \cdot 25^2}{5^8} = \frac{5^3 \cdot 5^4}{5^8} = \frac{1}{5}$; **б)** $\frac{2^5 \cdot 8}{4^4} = \frac{2^5 \cdot 2^3}{\left(2^2\right)^4} = \frac{2^8}{2^8} = 1$;

в) $\dfrac{4^5 \cdot 3^8}{6^9} = \dfrac{2^{10} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^9} = \dfrac{2}{3}$.

633. **а)** если $y = 240$, то $240 = 0{,}01 \cdot x$; $x = 24\,000$;
б) если $y = -100$, то $-100 = 0{,}01 \cdot x$; $x = -10\,000$.

634. **а)** $(2n - 2) + 2n$; **б)** $(2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3)$.

635. **а)** Составим сумму этих двух многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены:
$(4x^3 - 5x - 7) + (x^3 - 8x) = 4x^3 - 5x - 7 + x^3 - 8x = 5x^3 - 13x - 7$.
(Так как перед скобками стоит знак «плюс», то члены, которые заключены в скобки, записываются с теми же знаками).
б) Составим разность данных многочленов, раскроем скобки и приведем подобные члены.
$(5y^2 - 9) - (7y^2 - y + 5) = 5y^2 - 9 - 7y^2 + y - 5 = -2y^2 + y - 14$.
Так как перед вторыми скобками стоит знак «минус», то члены, заключенные в скобки, записываются с противоположными знаками.

636. **а)** $(2a - 5a + 5) + (a^3 - 4a - 2) = 2a^3 - 5a + 5 + a^3 - 4a - 2 = 3a^3 - 9a + 3$;
б) $(2a^3 - 5a + 5) - (a^3 - 4a - 2) = 2a^3 - 5a + 5 - a^3 + 4a + 2 = a^3 - a + 7$;
в) $(a^3 - 4a - 2) - (2a^3 - 5a + 5) = a^3 - 4a - 2 - 2a^3 + 5a - 5 = -a^3 + a - 7$.

637. **а)** $(1 + 3a) + (a^2 - 2a) = 1 + 3a + a^2 - 2a = a^2 + a + 1$;
б) $(2x^2 + 3x) + (-x + 4) = 2x^2 + 3x - x + 4 = 2x^2 + 2x + 4$;
в) $(y^2 - 5y) + (5y - 2y^2) = y^2 - 5y + 5y - 2y^2 = -y^2$;
г) $(b^2 - b + 7) - (b^2 + b + 8) = b^2 - b + 7 - b^2 - b - 8 = -2b - 1$;
д) $(8n^3 - 3n^2) - (7 + 8n^3 - 2n^2) = 8n^3 - 3n^2 - 7 - 8n^3 + 2n^2 = -n^2 - 7$;
е) $(a^2 + 5a + 4) - (a^2 + 5a - 4) = a^2 + 5a + 4 - a^2 - 5a + 4 = 8$.

638. **а)** $5{,}2a - (4{,}5a + 4{,}8a^2) = 0{,}7a - 4{,}8a^2$;
б) $-0{,}8b^2 + 7{,}4b + 5{,}6b - 0{,}2b^2 = -b^2 + 13b$;
в) $8x^2 + (4{,}6 - x^2) - (5{,}4x^2 - 1) = 8x^2 + 4{,}5 - x^2 - 5{,}4x^2 + 1 =$
$= -6{,}4x^2 + 8x^2 + 5{,}5 = 1{,}6x^2 + 5{,}5$;
г) $(7{,}3y - y^2 + 4) + 0{,}5y^2 - (8{,}7y - 2{,}4y^2) = 7{,}3y - y^2 + 4 + 0{,}5y^2 - 8{,}7y - 2{,}4y^2 =$
$= 1{,}9y^2 - 1{,}4y + 4$.

639. **а)** $18x^2 - (10x - 5 + 18x^2) = 18x - 10x + 5 - 18x^2 = (18x^2 - 18x^2) - 10x + 5 =$
$= 0 - 10x + 5 = -10x + 5$.
б) $-12c^2 + 5c + (c + 11c^2) = -12c^2 + 5c + c + 11c^2 = (-12c^2 + 11c^2) +$
$+ (5c + c) = -c^2 + 6c$.
в) $(b^2 + b - 1) - (b^2 - b + 1) = b^2 + b - 1 - b^2 + b - 1 = (b^2 - b^2) + (b + b) +$
$+ (-1 - 1) = 0 + 2b - 2 = 2b - 2$.

г) $(15-7y^2)-(y^3-y^2-15)=15-7y^2-y^3+y^2+15=-y^3+(y^2-7y^2)+$
$+(15+15)=-y^3-6y^2+30.$

640. **а)** Найдем сумму выражений $(a+b)$ и $(a-b)$. Сложим их. Затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(a+b)+(a-b)=$ $=a+b+a-b=(a+a)+(b-b)=2a+0=2a$. Теперь аналогично найдем разность двух исходных выражений: $(a+b)-(a-b)=a+b-$ $-a+b=(a-a)+(b+b)=0+2b=2b$.

б) Сначала найдем сумму выражений $(a-b)$ и $(a+b)$. Для этого сложим эти два выражения, раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(a-b)+(a+b)=a-b+a+b=(a+a)+(b-b)=2a+0=2a$. Теперь аналогично найдем разность двух данных выражений: $(a-b)-$ $(a+b)=a-b-a-b=(a-a)+(-b-b)=0-2b=-2b$.

в) Аналогично найдем сумму выражений $(-a-b)$ и $(a-b)$. Имеем: $(-a-b)+(a-b)=-a-b+a-b=(-a+a)+(-b-b)=0-2b=-2b$. Разность двух исходных выражений равна: $(-a-b)-(a-b)=-a-b-a+$ $+b=(-a-a)+(-b+b)=0+(-2a)=-2a$.

г) Найдем сумму выражений $(a-b)$ и $(b-a)$. Получаем: $(a-b)+(b-a)=$ $=a-b+b-a=(a-a)+(b-b)=0+0=0$. Разность данных двух выражений равна: $(a-b)-(b-a)=a-b-b+a=(a+a)+(-b-b)=2a-2b$.

641. **а)** $(x-y)+(y-z)+(z-x)=x-y+y-z+z-x=(x-x)+(-y+y)+$ $+(-z+z)=0+0+0=0$, ч.т.д.

б) $(a^2-5ab)-(7-3ab)+(2ab-a^2)=a^2-5ab-7+3ab+2ab-a^2=$ $=(a^2-a^2)+(-5ab+3ab+2ab)-7=0+0-7=-7$, ч.т.д.

642. **а)** $M+(5x^2-2xy)=6x^2+9xy-y^2$;
$M=6x^2+9xy-y^2-(5x^2-2xy)$;
$M=6x^2+9xy-y^2-5x^2+2xy$;
$M=x^2+11xy-y^2$;

б) $M-(4ab-3b^2)=a^2-7ab+8b$;
$M=a^2-7ab+8b^2+4ab-3b^2$;
$M=a^2-3ab+5b^2$;

в) $(4c^4-7c^2+6)-M=0$; $M=4c^4-7c^2+6$.

643. **а)** $5x^2-3x-9+M=0$; $M=-5x^2+3x+9$;

б) $5x^2-3x-9+M=18$; $M=-5x^2+3x+27$;

в) $5x^2-3x-9+M=x^2-5x+6$; $M=2x-3-5x^2+3x+9$; $M=-5x^2+5x+6$;

г) $5x^2-3x-9+M=x^2-5x+6$; $M=x^2-5x+6-5x^2+3x+9$; $M=-4x^2-2x+15$.

644. **а)** $(a^2-0{,}45a+1{,}2)+(0{,}8a^2-1{,}2a)-(1{,}6a^2-2a)=a^2-0{,}45a+1{,}2+$ $+0{,}8a^2-1{,}2a-1{,}6a^2+2a=0{,}2a^2+0{,}35a+1{,}2$;

б) $(y^2-1{,}75y-3{,}2)-(0{,}3y^2+4)-(2y-7{,}2)=y^2-1{,}75y-3{,}2-0{,}3y^2-$ $-4-2y+7{,}2=0{,}7y^2-3{,}75y$;

в) $6xy-2x^2-(3xy+4x^2+1)-(-xy-2x^2-1)=6xy-2a^2-3xy-4x^2-1+$ $+xy+2x^2+1=-4x^2+4xy$;

г) $-(2ab^2 - ab + b) + 3ab^2 - 4b - (5ab - ab^2) = -2ab^2 + ab - b + 3ab^2 - 4b -$
$- 5ab + ab^2 = (-2ab^2 + 3ab^2 + ab^2) + (ab - 5ab) + (-b - 4b) = 2ab^2 - 4ab - 5b.$

645. а) $8a^2b + (-5a^2b + 4b^2) + (a^2b - 5b^2 + 2) = 8a^2b - 5a^2b + 4b^2 + a^2b - 5b^2 + 2 =$
$= 4a^2b - b^2 + 2;$

б) $(xy + x^2 + y^2) - (x^2 + y^2 - 2xy) - xy = xy + x^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 2xy - xy = 2xy.$

646. $(5{,}7a^2b - 3{,}1ab + 8b^3) - (6{,}9ab - 2{,}3a^2b + 8b^3) = 5{,}7a^2b - 3{,}1ab + 8b^3 -$
$- 6{,}9ab + 2{,}3a^2b - 8b^3 = 8a^2b - 10ab;$

а) если $a = 2$; $b = 5$, то $8 \cdot 2^2 \cdot 5 - 10 \cdot 2 \cdot 5 = 160 - 100 = 60;$

б) если $a = -2$; $b = 3$, то $8 \cdot (-2)^2 \cdot 3 - 10 \cdot (-2) \cdot 3 = 96 + 60 = 156.$

647. $5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2) = 5x^2 - 3xy + 7x^2 + 5xy - 12x^2 =$
$= (5x^2 + 7x^2 - 12x^2) + (-3xy + 5xy) = 0 + 2xy = 2xy;$

а) если $x = -0{,}25$ и $y = 4$, то $2xy = 2 \cdot (-0{,}25) \cdot 4 = -2 \cdot 0{,}25 \cdot 4 = -2.$

б) если $x = -5$; $y = 0{,}1$, то $2 \cdot (-5) \cdot 0{,}1 = -1.$

648. Составим разность двух исходных многочленов: $(0{,}7x^4 + 0{,}2x^2 - 5) -$ $- (-0{,}3x^4 + x^2 - 8)$. Далее в полученном выражении раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(0{,}7x^4 + 0{,}2x^2 - 5) - (-0{,}3x^4 + x^2 - 8) =$ $= 0{,}7x^4 + 0{,}2x^2 - 5 + 0{,}3x^4 - x^2 + 8 = (0{,}7x^4 + 0{,}3x^4) + (0{,}2x^2 - x^2) + (8 - 5) =$ $= x^4 + (x^2 - x^2) + 3 = x^4 - 0 + 3 = x^4 + 3$. Величина x^4 всегда принимает неотрицательные значения, т. к. имеет четную степень. Число 3 положительно. Следовательно, при сложении двух этих величин всегда получим положительное значение.

649. Для того, чтобы выяснить, хватает ли в задаче данных, выясним, зависит ли данное выражение от переменной b. Для этого упростим выражение, раскрыв скобки и приведя подобные члены. Получаем:
$(7a^3 - 6a^2b + 5ab^2) + (5a^3 + 7a^2b + 3ab^2) - (10a^3 + a^2b + 8ab^2) = 7a^3 - 6a^2b +$
$+ 5ab^2 + 5a^3 + 7a^2b + 3ab^2 - 10a^3 - a^2b - 8ab^2 = (7a^3 + 5a^3 - 10a^3) +$
$+ (-6a^2b + 7a^2b - a^2b) + (5ab^2 + 3ab^2 - 8ab^2) = 2a^3 + 0 + 0 = 2a^3$. Видно, что исходное выражение не содержит переменной b. Значит, оно не зависит от b и его значение можно найти, зная значение переменной a. Значит, ученик не прав.

650. а) $x^2 + y^2 - 2xy + 1 + M = y^2 + 1;$
$M = y^2 + 1 - (x^2 + y^2 - 2xy + 1);$
$M = -x^2\ 2xy;$

б) $x^2 - y^2 - 2xy + 1 + M = x^2 + 1;$
$M = x^2 + 1 - (x^2\ y^2 - 2xy + 1);$
$M = -y^2 + 2xy.$

651. Для доказательства сначала раскроем в данном выражении скобки, затем приведем подобные члены. Имеем:

$$\left(\frac{3}{5}x^2 - 0{,}4xy - 1{,}5y + 1\right) - \left(y^2 - \frac{2}{5}xy + 0{,}6x^2\right) = \frac{3}{5}x^2 - 0{,}4xy - 1{,}5y + 1 -$$

$$-y^2+\frac{2}{5}xy-0{,}6x^2=\left(\frac{3}{5}x^2-0{,}6x^2\right)+\left(-0{,}4xy+\frac{2}{5}xy\right)-y^2-1{,}5y+1=$$

$=(0{,}6x^2-0{,}6x^2)+(-0{,}4xy+0{,}4xy)-y^2-1{,}5y+1=0+0-y^2-1{,}5y+1=$
$=-y^2-1{,}5y+1$. Видно, что исходное выражение не содержит переменной x. Значит, значение исходного выражения не зависит от x.

652. а) $1{,}7-10b^2-(1-3b^2)+(2{,}3+7b^2)=1{,}7-10b^2-1+3b^2+2{,}3+7b^2=3$;
б) $1-b^2-(3b-2b^2)+(1+3b-b^2)=1-b^2-3b+2b^2+1+3b-b^2=$
$=(-b^2+2b^2-b^2)+(-3b+3b)+(1+1)=0+0+2=2$.

653. а) $x+y+z=5a^2+6ab-b^2-4a^2+2ab+3b^2+9a^2+4ab=10a^2+12ab+2b^2$;
б) $x-y-z=5a^2+6ab-b^2-(-4a^2+2ab+3b^2)-(9a^2+4ab)=$
$=5a^2+6ab-b^2+4a^2-2ab-3b^2-9a^2-4ab=-4b^2$.

654. а) $(23+3x)+(8x-41)=15$; $23+3x+8x-41=15$; $11x-18=15$; $11x=33$;
б) $(19+2x)-(5x-11)=25$; $19+2x-5x+11=25$; $30-3x=25$; $-3x=-5$; $x=1\frac{2}{3}$.
в) $(3{,}2y-1{,}8)-(5{,}2+3{,}4)=-5{,}8$; $3{,}2y-1{,}8-5{,}2y-3{,}4=-5{,}8$;
$-2y-5{,}2=-5{,}8$; $-2y=-0{,}6$; $y=0{,}3$;
г) $1-(0{,}5x-15{,}8)=12{,}8-0{,}7x$; $1-0{,}5x+15{,}8=12{,}8-0{,}7x$;
$-0{,}5x+0{,}7x=12{,}8-1-15{,}8$; $0{,}2x=-4$; $x=-20$;
д) $3{,}8-1{,}5y+(4{,}5y-0{,}8)=2{,}4y+3$; $3{,}8-1{,}5y+4{,}5y-0{,}8-2{,}4y=3$;
$3+6y=3$; $0{,}6y=0$; $y=0$;
е) $4{,}2y+0{,}8=6{,}2y-(1{,}1y+0{,}8)+1{,}2$; $4{,}2y+0{,}8=6{,}2y-1{,}1y-0{,}8+1{,}2$;
$4{,}2y-6{,}2y+1{,}1y=-0{,}8+1{,}2-0{,}8$; $-0{,}9y=-0{,}4$; $y=\frac{4}{9}$.

655. а) $8y-3-(5-2y)=4{,}3$;
$8y-3-5+2y=4{,}3$;
$10y-8=4{,}3$;
$10y=12{,}3$;
$y=1{,}23$;

б) $0{,}5y-1-(2y+4)=y$;
$0{,}5y-1-2y-4-y=0$;
$-2{,}5y-5=0$;
$-2{,}5y=5$;
$y=-2$;

в) $-8x+(4+3x)=10-x$;
$-8x+4+3x+x=10$;
$-4x=6$;
$x=-1{,}5$;

г) $1{,}3x-2-(3{,}3x+5)=2x+1$;
$1{,}3x-2-3{,}3x-5-2x=1$;
$-4x-7=1$;
$-4x=8$; $x=-2$.

656. а) $3x^3-2x^2-x+4=(3x^3+4)+(-2x^2-x)$;
б) $-5y^4+4y^3+3y^2-2y=(-5y^4+3y^2)+(4y^3-2y)$.

657. а) $x^3+2x^2-3x-5=x^3-(-2x^2+3x+5)$;
б) $3a^4+2a^3+5a^2-4=5a^2-(4-3a^4-2a^3)$.

658. **а)** Пусть первое число будет x. Тогда два последовательных натуральных числа, следующих за числом x, будут $(x + 1)$ и $(x + 2)$. Складывая три этих числа (x, $x + 1$ и $x + 2$), получаем: $x + (x + 1) + (x + 2) = x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3$. Данное число кратно трем, т. к. оба слагаемых ($3x$ и 3) кратны трем. Число $3x + 3$ кратно трем при любых значениях натуральной переменной x.

б) Пусть первое натуральное число будет равно x. Тогда три следующих за ним натуральных числа будут $(x + 1)$, $(x + 2)$ и $(x + 3)$. Складывая числа: x, $(x + 1)$, $(x + 2)$ и $(x + 3)$, получаем: $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x + 6 = (4x + 4) + 2 = 4(x + 1) + 2$. Из этой записи видно, что сумма четырех последовательных натуральных чисел при делении на 4 дает в частном число $(x + 1)$ и в остатке 2, т. е. сумма не кратна 4.

659. $y = x^2$; если $x = 1{,}8$, то $y \approx 3{,}2$; $y = 3{,}24$;

$|3{,}24 - 3{,}2| = 0{,}04$ – абсолютная погрешность;

$\dfrac{|3{,}24 - 3{,}2|}{3{,}2} = 0{,}0125 = 1{,}25\%$ – относительная погрешность.

660. **а)** $6(2a - b)$; если $a = \dfrac{2}{3}, b = \dfrac{5}{6}$, то $6 \cdot \left(2 \cdot 2\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{6}\right) = 8 - 5 = 3$;

б) $15 \cdot \left(\dfrac{a}{5} + \dfrac{b}{3}\right) = 3a + 5b$; если $a = \dfrac{1}{3}, b = 0{,}2$, то $3 \cdot \dfrac{1}{3} + 5 \cdot 0{,}2 = 1 + 1 = 2$.

661. **а)** $(2x^2)^3 \cdot \dfrac{1}{4}x^2 = 8x^6 \cdot \dfrac{1}{4}x^2 = 2x^8$;

б) $(-3y^4)^3 \cdot \dfrac{1}{9}y^5 = -27y^{12} \cdot \dfrac{1}{9}y^5 = -3y^{17}$;

в) $-0{,}2a^2b^3 \cdot (-5a^3b^2)^2 = -0{,}2a^2b^4 \cdot 25a^6b^4 = -5a^8b^7$;

г) $(-0{,}5c^4d)^3 \cdot (-4c^2d^2)^2 = -1/8c^{12}d^3 \cdot 16c^4d^4 = -2c^{16}d^7$.

662. **а)** $x^5 + y$; **б)** $c - a^4$.

§10. Произведение одночлена и многочлена

663. **а)** $2x(x^2 - 7x - 3) = 2x^3 - 14x^2 - 6x$;

б) $-4b^2(5b^2 - 3b - 2) = -20b^4 + 12b^3 + 8b^2$;

в) $(3a^8 - a^2 + a)(-5a^3) = -15a^6 + 5a^5 - 5a^4$;

г) $(y^2 - 2{,}4y + 6) \cdot 1{,}5y = 1{,}5y^3 - 3{,}6y^2 + 9y$;

д) $-0{,}5x^2 \cdot (-2x^2 - 3x + 4) = x^4 + 1{,}5x^3 - 2x^2$;

е) $(-3y^2 + 0{,}6y)(-1{,}5y^3) = 4{,}5y^6 - 0{,}9y^4$.

664. **а)** Воспользуемся правилом умножения одночлена на многочлен, т. е. умножаем одночлен на каждый член многочлена и складываем полученные произведения: $3ab\,(a^2 - 2ab + b^2) = 3ab \cdot a^2 + 3ab \cdot (-2ab) + 3ab \cdot b^2 =$ $= 3a^3b - 6a^2b^2 + 3ab^3$.

б) $-x^2y\,(x^2y^2 - x^2 - y^2) = -x^4y^3 + x^4y + x^2y^3$;

в) $2{,}5a^2b\,(4a^2 - 2ab + 0{,}2b^2) = 10a^4b - 5a^3b^2 + 0{,}5a^2b^3$;

г) $(-2ax^2 + 3ax - a^2)\,(-a^2x^2) = 2a^2x^4 - 3a^3x^3 + a^4x^2$;

д) $(6{,}3x^3y - 3y^2 - 0{,}7x) \cdot 10x^2y^2 = 63x^5y^3 - 30x^2y^4 - 7x^3y^2$;

е) $-1{,}4p^2q^6\,(5p^3q - 1{,}5pq^2 - 2q^3) = -7p^5q^7 + 2{,}1p^3q^8 + 2{,}8p^2q^9$.

665. **а)** $\frac{2}{7}x \cdot (1{,}4x^2 - 3{,}5y) = 0{,}4x^3 - xy$;

б) $-\frac{1}{3}c^2 \cdot (1{,}2d^2 - 6c) = -0{,}4c^2d^2 + 2c^3$;

в) $\frac{1}{2}ab\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}ab + \frac{4}{5}b^2\right) = \frac{1}{3}a^3b - \frac{3}{8}a^2b^2 + \frac{2}{5}ab^3$;

г) $-\frac{2}{5}a^2y^5\left(5ay^2 - \frac{1}{2}a^2y - \frac{5}{6}a^3\right) = -2a^3y^7 + \frac{1}{5}a^4y^6 + \frac{1}{3}a^5y^5$.

666. **а)** $-3x^2\,(-x^3 + x - 5) = 3x^6 - 3x^3 + 15x^2$;

б) $(1 + 2a - a^2) \cdot 5a = 5a + 10a^2 - 5a^3$;

в) $\frac{2}{3}x^2y\,(15x - 0{,}9y + 6) = 10x^3y - 0{,}6x^2y^2 + 4x^2y$;

г) $-3a4x\,(a^2 - 2ax + x^3 - 1) = -3a^6x + 6a^5x^2 - 3a^4x^4 + 3a^4x$;

д) $(x^2y - xy + xy^2 + y^3) \cdot 3xy^2 = 3x^3y^3 - 3x^2y^3 + 3x^2y^4 + 3xy^5$;

е) $-\frac{3}{7}a^4\,(2{,}1b^2 - 0{,}7a + 35) = -15a^4 + 0{,}3a^5 - 0{,}9a^4b^2$.

667. **а)** $3\,(2x - 1) + 5(3 - x) = 6x - 3 + 15 - 5x = x + 12$;
если $x = -1{,}5$, то $-1{,}5 + 12 = 10{,}5$;

б) $25a - 4\,(3a - 1) + 7\,(5 - 2a) = 25a - 12a + 4 + 35 - 14a = 39 - a$;
если $a = 11$, *то* $39 - 11 = 28$;

в) $4y - 2\,(10y - 1) + (8y - 2) = 4y - 20y + 2 + 8y - 2 = -8y$;
если $y = -0{,}1$, то $-8 \cdot (-0{,}1) = 0{,}8$;

г) $12 \cdot (2 - 3p) + 35p - 9 \cdot (p + 1) = 12 \cdot 2 - 12 \cdot 3p + 35p - 9p - 9 =$ $= 24 - 36p + 35p - 9p - 9 = -10p + 15$;
если $p = 2$, то $-10p + 15 = -10 \cdot 2 + 15 = -5$.

668. **а)** $14b + 1 - 6(2 - 11b) = 14b + 1 - 12 + 66b = 80b - 1$;

б) $25\,(2 - 3c) + 16\,(5c - 1) = 50 - 75c + 80c - 16 = 5c + 34$;

в) $14(7x-1)-7(14x+1)=98x-14-98x-7=-21$;

г) $36(2-y)-6(5-2y)=72-36y-30+12y=42-24y$.

669. а) $14y+2y(6-y)=14y+12y-2y^2=26y-2y^2$;

б) $3y^2-2y(5+2y)=3y^2-10y-4y^2=-y^2-10y$;

в) $4x(x-1)-2(2x^2-1)=4x^2-4x-4x^2+2=-4x+2$;

г) $5a(a^2-3a)-3a(a^2-5a)=5a^3-15a^2-3a^3+15a^2=2a^3$;

д) $7b(4c-b)+4c(c-7b)=28bc-7b^2+4c^2-28bc=4c^2-7b^2$;

е) $-2y(x^3-2y)-(x^3y+4y^2)=-2x^3y+4y^2-x^3y-4y^2=-3x^3y$;

ж) $3m^2(m+5n)-2n(8m^2-n)=3m^3+15m^2n-16m^2n+2n^2=3m^3-m^2n+2n^2$;

з) $6m^2n^3-n^2(6m^2n+n-1)=6m^2n^3-6m^2n^3-n^3+n^2=-n^3+n^2$.

670. а) $6x(x-3)-x(2-x)=6x^2-18x-2x+x^2=7x^2-20x$;

б) $-a^2(3a-5)+4a(a^2-a)=-3a^3+5a^2+4a^3-4a^2=a^3+a^2$;

в) $ax(2x-3a)-x(ax+5a^2)=2ax^2-3a^2x-ax^2-5a^2x=ax^2-8a^2x$;

г) $-4m^2(n^2-m^2)+3n^2(m^2-n^2)=-4m^2n^2+4m^4+3m^2n^2-3n^4=$
$=4m^4-m^2n^2-3n^4$.

671. а) $-2x(x^2-x+3)+x(2x^2+x-5)=-2x^3+2x^2-6x+2x^3+x^2-5x=3x^2-11x$;
если $x=3$, то $3\cdot3^2-11\cdot3=27-33=-6$;
если $x=-3$, то $3\cdot(-3)^2-11\cdot(-3)=27+33=60$;

б) $x(x-y)-y(y^2-x)=x^2-xy-y^2+xy=x^2-y^2$;
если $x=4$; $y=2$, то $4^2-2^2=16-8=8$.

672. а) Упростим сначала данное выражение. Для этого умножаем одночлен на каждый член многочлена, затем складываем полученные произведения: $5x(2x-6)-2{,}5(4x-2)=5x\cdot2x+(-6)\cdot5x-2{,}5x\cdot4x-2{,}5x\cdot(-2)=$
$=10x^2-30x-10x^2+5x=(10x^2-10x^2)+(5x-30x)=0-25x=-25x$.
Подставляем значение $x=-8$. Получаем: $-25x=-25\cdot(-8)=25\cdot8=200$.
Подставляем значение $x=10$. Получаем: $-25x=-25\cdot10=-250$.

б) $5a(a-4b)-4b(b-5a)=5a^2-20ab-4b^2+20ab=5a^2-4b^2$;
если $a=-0{,}6$; $b=-0{,}5$, то $5\cdot(-0{,}6)^2-4\cdot(-0{,}5)^2=1{,}8-1=0{,}8$.

673. а) $(3a^2)^2-a^3(1-5a)=9a^4-a^3+5a^4=14a^4-a^3$;

б) $\left(-\frac{1}{2}b\right)^3-b\left(1-2b-\frac{1}{8}b^2\right)=-\frac{1}{8}b^3-b+2b^2+\frac{1}{8}b^3=2b^2-b$;

в) $x(16x-2x^3)-(2x^2)^2=16x^2-2x^4-4x^4=16x^2-6x^4$;

г) $(0{,}2c^3)^2-0{,}01c^4(4c^2-100)=0{,}04c^6-0{,}04c^6+c^4=c^4$.

674. Прямоугольник, изображенный на рисунке в учебнике, состоит из двух прямоугольников, площади которых равны $a\cdot b$ и $a\cdot c$. С другой стороны, эта площадь исходного прямоугольника равна $a(b+c)$, т. к. одна его сторона равна a, а другая $(b+c)$. Приравняем эту площадь $a(b+c)$ сумме площадей двух малых прямоугольников ab и ac. Следовательно: $a(b + c) = ab + ac$.

675. Упростим данное выражение (раскроем скобки и приведем подобные члены) и убедимся, что данное выражение в преобразованном виде не содержит переменной x. Имеем: $x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3) = (2x^2 + x) - (x^3 + 2x^2) + x^3 - x + 3 = 2x^2 + x - x^3 - 2x^2 + x^3 - x + 3 = (-x^3 + x^3) + (2x^2 - 2x^2) + (x - x) + 3 = 0 + 0 + 0 + 3 = 3$. Видно, что полученное выражение равно 3. Значит, при любых значениях переменной x это выражение принимает значение, равное 3.

676. В данном выражении раскрываем скобки, умножаем одночлен на каждый член многочлена, затем полученные произведения складываем. Имеем: $y(3y^2 - y + 5) - (2y^3 + 3y - 16) - y(y^2 - y + 2) = 3y^3 - y^2 + 5y - 2y^3 - 3y + 16 - y^3 + y^2 - 2y = (3y^3 - 2y^3 - y^3) + (-y^2 + y^2) + (5y - 3y - 2y) + 16 = 0 + 0 + 0 + 16 = 16$. После преобразований видно, что в данном выражении не содержится переменной y. Следовательно, значение выражения не зависит от y.

677. **а)** $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = ab - ac + bc - ab + ac - bc = 0$;
б) $a(b + c - bc) - b(c + a - ac) + c(b - a) = ab + ac - abc - bc + abc + bc - ac = 0$.

678. $2x(x - 6) - 3(x^2 - 4x + 1) = 2x^2 - 12x - 3x^2 + 12x - 3 = -x^2 - 3 = -(x^2 + 3) < 0$.

679. **а)** $5x + 3(x - 1) = 6x + 11$;
$5x + 3x - 3 - 6x = 11$;
$2x - 3 = 11$;
$2x = 14$; $x = 7$;

б) $3x - 5(2 - x) = 54$;
$3x - 10 + 5x = 54$;
$8x = 64$;
$x = 8$;

в) $8(y - 7) - 3(2y + 9) = 15$;
$8y - 56 - 6y - 27 = 15$;
$2y - 83 = 15$;
$2y = 98$;
$y = 49$;

г) $0{,}6 - 0{,}5(y - 1) = y + 0{,}5$;
$0{,}6 - 0{,}5y + 0{,}5 = y + 0{,}5$;
$-0{,}5y - y = 0{,}5 - 1{,}1$;
$1{,}5y = -0{,}6$;
$y = 0{,}4$;

д) $6 + (2 - 4x) + 5 = 3(1 - 3x)$;
$6 + 2 - 4x + 5 = 3 - 9x$;
$-4x + 9x = 3 - 13$;
$5x = -10$; $x = -2$;

е) $0{,}5(2y - 1) - (0{,}5 - 0{,}2y) + 1 = 0$;
$y - 0{,}5 - 0{,}5 + 0{,}2y + 1 = 0$;
$1{,}2y = 0$;
$y = 0$.

680. **а)** $3x(2x - 1) - 6x(7 + x) = 90$; $6x^2 - 3x - 42x - 6x^2 = 90$; $-45x = 90$; $x = -2$;
б) $1{,}5x(3 + 2x) = 3x(x + 1) - 30$; $4{,}5x + 3x^2 = 3x^2 + 3x - 30$; $4{,}5x - 3x = -30$; $1{,}5x = -30$; $x = -20$;
в) $5x(12x - 7) - 4x(15x - 11) = 30 + 29x$; $60x^2 - 35x - 60^2 + 44x = 30 + 29x$; $9x - 29x = 30$; $-20x = 30$; $x = -1{,}5$;

г) $24x - 6x(13x - 9) = -13 - 13x(6x - 1)$; $24x - 78x^2 + 54x = -13 - 78x^2 + 13x$;

$78x - 13x = -13$; $65x = -13$; $x = -\frac{1}{5}$.

681. а) $3(-2x + 1) - 2(x + 13) = 7x - 4(1 - x)$;
$-6x + 3 - 2x - 26 = 7x - 4 + 4x$;
$-8x - 23 = 11x - 4$;
$-19x = 19$;
$x = -1$;

б) $-4(5 - 2a) + 3(a - 4) = 6(2 - a) - 5a$;
$-20 + 8a + 3a - 12 = 12 - 6a - 5a$;
$-32 + 11a + 11a = 12$;
$22a = 44$;
$a = 2$;

в) $3y(4y - 1) - 2y(6y - 5) = 9y - 8(3 + y)$;
$12y^2 - 3y - 12y^2 + 10y = 9y - 24 - 8y$;
$7y - y = -24$;
$6y = -24$;
$y = -4$;

г) $15x + 6x(2 - 3x) = 9x(5 - 2x) - 36$
$15x + 12x - 18x^2 = 45x - 18x^2 - 36$;
$27x - 45x = -36$;
$18x = -36$;
$x = 2$.

682. а) $4(1 - c) - 2(3 - 5c) = 1$;
$4 - 4c - 6 + 10c = 1$;
$6c = 1 + 2$;
$6c = 3$;
$c = 0{,}5$;

б) $-3(2x + 1) - (8x + 5) = 20$;
$-6x - 3 - 8x - 5 = 20$;
$-14x = 20 + 8$;
$-14x = 28$;
$x = -2$;

в) $3(5x + 7) = 61 - 10x$;
$15x + 21 = 61 - 10x$;
$25x = 40$;
$x = 1{,}6$;

г) $2(7 + y) = 8 - y$;
$14 + 2x = 8 - y$;
$3y = -6$;
$y = -2$.

683. а) Умножим обе части данного уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 12: $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{3}\right) \cdot 12 = 14 \cdot 12$ или

$\frac{x}{4} \cdot 12 + \frac{x}{3} \cdot 12 = 14 \cdot 12$ или $3x + 4x = 14 \cdot 12$ или $7x = 14 \cdot 12$. Разделим

обе части этого уравнения на 7 и найдем $x = \frac{14 \cdot 12}{7} = 2 \cdot 12 = 24$.

б) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 8: $\left(\frac{a}{2} - \frac{a}{8}\right) \cdot 8 = 5 \cdot 8$; $\frac{a}{2} \cdot 8 - \frac{a}{8} \cdot 8 = 5 \cdot 8$;

$4a - a = 5 \cdot 8$; $3a = 40$, откуда $a = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

в) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 4: $\frac{y}{4}\cdot 4=(y-1)\cdot 4$; $y=4y-4$;

$4y-y=4$; $3y=4$, откуда $y=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$.

г) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 5: $(2z+3)\cdot 5=\frac{2z}{5}\cdot 5$; $(2z+3)\cdot 5=2z$;

$10z+15=2z$; $10z-2z=-15$; $8z=-15$, откуда находим $z=-\frac{15}{8}=-1\frac{7}{8}$.

д) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 15. Имеем: $\left(\frac{2c}{3}-\frac{4c}{5}\right)\cdot 15=7\cdot 15$;

$\frac{2c}{3}\cdot 15-\frac{4c}{5}\cdot 15=105$; $2c\cdot 5-4c\cdot 3=105$; $10c-12c=105$; $-2c=105$,

откуда $c=\frac{105}{-2}=-\frac{105}{2}=-52{,}5$.

е) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 9. Получаем: $\left(\frac{5x}{9}+\frac{x}{3}+4\right)\cdot 9=0\cdot 9$;

$\frac{5x}{9}\cdot 9+\frac{x}{3}\cdot 9+4\cdot 9=0$; $5x+3x+36=0$; $8x+36=0$; $8x=36$, откуда находим $x=\frac{-36}{8}=-4\frac{4}{8}=-4{,}5$.

ж) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 36. Имеем: $\left(\frac{4a}{9}+1\right)\cdot 36=\frac{5a}{12}\cdot 36$;

$\frac{4a}{9}\cdot 36+1\cdot 36=\frac{5a}{12}\cdot 36$; $16a+36=15a$; $a+36=0$; $a=-36$.

з) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 24. Получаем: $\left(\frac{5m}{12}-\frac{m}{8}\right)\cdot 24=\frac{1}{3}\cdot 24$:

$\frac{6m}{12}\cdot 24-\frac{m}{8}\cdot 24=\frac{24}{3}$; $10m-3m=8$; $7m=8$, откуда находим $m=\frac{8}{7}=1\frac{1}{7}$.

и) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 14. Имеем: $\left(\frac{3n}{14}+\frac{n}{2}\right)\cdot 14=\frac{2}{7}\cdot 14$;

$\frac{3n}{14}\cdot 14+\frac{n}{2}\cdot 14=2\cdot 2$; $3n + 7n = 4$; $10n = 4$, откуда $n=\frac{4}{10}=0{,}4$.

684. **а)** Перенесем слагаемые, содержащие переменную, в одну часть уравнения: $\frac{6x-5}{7}-\frac{2x-1}{3}=2$. Умножим обе части уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 21: $\left(\frac{6x-5}{7}-\frac{2x-1}{3}\right)\cdot 21=2\cdot 21$ или $\frac{6x-5}{7}\cdot 21-\frac{2x-1}{3}\cdot 21=2\cdot 21$ или $3(6x-5)-7(2x-1)=42$. Раскроем скобки и приведем подобные члены: $18x - 15 - 14x + 7 = 42$ или $4x - 8 = 42$ или $4x = 50$. Разделив обе части на 4, найдем $x = 12{,}5$.

685. **а)** $\frac{3x+5}{5}-\frac{x+1}{3}=1\,\Big|\cdot 15$; $3(3x+5)-5(x+1)=15$; $9x+15-5x-5=15$;

$4x=5$; $x=1\frac{1}{4}$;

б) $\frac{2p-1}{6}+\frac{p+1}{3}=p\,\Big|\cdot 6$; $2p-1-2(p+1)=6p$; $2p-1-2p-2-6p=0$;

$-3-6p=0$; $6p=-3$; $p=-0{,}5$;

в) $\frac{6y-1}{15}-\frac{y}{5}=\frac{2y}{3}\,\Big|\cdot 15$; $6y-1-3y=10y$; $-7y=1$; $y=-\frac{1}{7}$;

г) $\frac{12-x}{4}-\frac{2-x}{3}=\frac{x}{6}\,\Big|\cdot 12$; $3(12-x)-4(2-x)=2x$; $36-3x-8+4x=2x$;

$28+x-2x=0$; $-x=-28$; $x=28$.

686. **а)** $1-\frac{x-3}{2}=\frac{2-x}{3}=4\,\Big|\cdot 6$;

$6-3(x-3)=2(2-x)+24$;
$6-3x+9=4-2x+24$;
$15-3x=28-2x$;
$-3x+2x=28-15$;
$-x=13$;
$x=-13$;

б) $\frac{a+13}{10}-\frac{2a}{5}=\frac{3-a}{15}+\frac{a}{2}\,\Big|\cdot 30$;

$3(a+13)-12a=2(3-a)+15a$;
$3a+39-12a=6-2a+15a$;
$39-9a=6-39$;
$-9a-13a=6-39$;
$-22a=-33$;
$a=1{,}5$;

в) $\dfrac{2m+1}{4}+3=\dfrac{m}{6}-\dfrac{6-m}{12}\Big|\cdot 12$;

$3(2m+1)+26=2m-6+m$;
$6m+3+36=3m-6$;
$6m-3m=-6-39$;
$3m=-45$;
$m=-15$;

г) $\dfrac{x+1}{9}-\dfrac{x-1}{6}=2-\dfrac{x+3}{2}\Big|\cdot 18$;

$2(x+1)-3(x-1)=36-9x-27$;
$2x+2-3x+3=36-9x-27$;
$5-x=9-9x$;
$-x+9x=9-5$;
$8x=4$; $x=0{,}5$.

687. а) $\dfrac{6y+7}{4}+\dfrac{8-5y}{3}=5\Big|\cdot 12$;

$3(6y+7)+4(8-5y)=60$;
$18y+21+32-20y=60$;
$-2y+53=60$;
$-2y=7$;
$y=-3{,}5$;

б) $\dfrac{5a-1}{3}=\dfrac{2a-3}{5}-1\Big|\cdot 15$;

$5(5a-1)=3(2a-3)-15$;
$25a-5=6a-9-15$;
$25a-6a=5-24$;
$19a=-19$;
$a=-1$;

в) $\dfrac{11x-4}{7}-\dfrac{x-9}{2}=5\Big|\cdot 14$;

$2(11x-4)-7(x-9)=70$;
$22x-8-7x+63=70$;
$15x=70-63+8$;
$15x=15$;
$x=1$;

г) $\dfrac{2c-1}{9}+\dfrac{c}{4}=\dfrac{c+3}{6}\Big|\cdot 36$;

$4(2c-1)+9c=6(c+3)$;
$8c-4+9c=6c+18$;
$17c-6c=18+4$;
$11c=22$;
$c=2$.

688.

	Цена	Кол-во	Стоимость	
Открытки	x коп.	15 шт	$15x$	168 коп
Конверты	$(2+x)$ коп.	10 шт	$10\cdot(2+x)$	
Блокноты	$8\cdot(2+x)$ коп.	1 шт	$8\cdot(2+x)$	

$15x+10\cdot(2+x)+8\cdot(2+x)=168$; $15x+20+10x+16+8x=168$;
$33x=132$; $x=4$. 4 коп. стоит открытка; 6 коп. – конверт; 48 коп. – блокнот.

689. Пусть меньшая сторона данного треугольника будет равна x см. Тогда две другие стороны будут равны $(2x+4)$ см и $(2x)$ см. Тогда периметр треугольника (т. е. сумма длин его сторон) равен $x+(2x+4)+2x$. Получаем уравнение: $x+(2x+4)+2x=44$ или $x+2x+4+2x=44$ или $5x+4=44$ или $5x=40$, откуда $x=8$. Наименьшая сторона данного треугольника равна 8 см. Находим две другие стороны: вторая сторона: $2x=2\cdot 8=16$ (см); третья сторона: $2x+4=2\cdot 8+4=20$ (см).

690. Пусть в первый день в магазине было продано x т овощей. Тогда во второй день было продано на 3 т овощей больше, т. е. $(x + 3)$ т овощей. За первые два дня было продано $(2x + 3)$ т овощей. Тогда в третий день продали: $\frac{5}{9}(2x + 3) = \frac{5}{9} \cdot 2x + \frac{5}{9} \cdot 3 = \frac{10x}{9} + \frac{5}{9}$. Известно, что за все три дня было продано 98 т овощей, т. е. $x + (x + 3) + \left(\frac{10x}{9} + \frac{5}{3}\right) = 98$.

Решим полученное уравнение: $x + x + 3 + \frac{10x}{9} + \frac{5}{3} = 98$ или $x + x + \frac{10x}{9} = 98 - 3 - \frac{5}{3}$ или $2x + \frac{10x}{9} = 95 - \frac{5}{3}$. Умножим обе части уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 9. Имеем: $\left(2x + \frac{10x}{9}\right) \cdot 9 = \left(95 - \frac{5}{3}\right) \cdot 9$ или $2x \cdot 9 + \frac{10x}{9} \cdot 9 = 95 \cdot 9 - \frac{5}{3} \cdot 9$ или $18x + 10x = 855 - 15$ или $28x = 840$, откуда находим x: $x = 30$ (т) – количество овощей, проданных в первый день. Тогда во второй день было продано: $x + 3 = 30 + 3 = 33$ (т) овощей, а в третий день было продано: $\frac{10x}{9} + \frac{5}{3} = \frac{10 \cdot 30}{9} + \frac{5}{3} = \frac{300 + 15}{9} = \frac{315}{9} = 35$ (т).

691. Пусть во втором сарае было сложено x т сена. Тогда в первом сарае было $(3x)$ т сена. Так как после того, как из первого сарая было взято 20 т, а во второй добавлено 20 т, во втором сарае оказалось $\frac{5}{7}$ того, что осталось в первом сарае, можно составить уравнение: $\frac{5}{7}(3x - 20) = x + 20$. Решим это уравнение. Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 7. Имеем: $\frac{5}{7}(3x - 20) \cdot 7 = (x + 20) \cdot 7$ или $5(3x - 20) = 7(x + 20)$ или $15x - 100 = 7x + 140$ или $15x - 7x = 140 + 100$ или $8x = 240$ или $x = = 30$ (т) – количество сена, которое было во втором сарае. Тогда в первом сарае было $3x = 3 \cdot 30 = 90$ (т).

692.

	Деталей в час	Время	Норма
по плану	x дет.	8	$8x$
с примен. нового резца	$(x+4)$ дет.	6	$6(x+4)$

$8x = 6(x + 4)$; $8x = 6x + 24$; $2x = 24$; $x = 12$ – деталей за 1 час должен был обтачивать токарь по норме. $12 \cdot 8 = 96$ деталей в день должен был обтачивать токарь по норме.

693. Пусть для того, чтобы скосить луг, скашивая по 50 га в день, понадобиться x дней. В первом случае, когда бригада скашивала по 50 га в день, ей понадобилось x дней, т. е. площадь равна $50 \cdot x$ га. С другой стороны, эта площадь равна $60(x - 1)$ га, т. к., скашивая по 60 га в день, бригада управляется за $(x - 1)$ дней. Так как площади лугов в первом и втором случаях равны, запишем уравнение: $50x = 60(x - 1)$. Решим полученное уравнение: $50x = 60x - 60$ или $60x - 50x = 60$ или $10x = 60$, откуда $x = 6$ (дней). Тогда площадь луга равна $50x = 50 \cdot 6 = 300$ (га).

694. Примем за x мин время, за которое спортсменка пробегала дистанцию (со скоростью 250 м/мин). Тогда время, затрачиваемое ею на пробеге дистанции со скоростью 300 м/мин, будет равно $(x - 1)$ мин.

Путь в первом случае находим по формуле: $s_1 = 250 \cdot x$ м.

Путь во втором случае равен: $s_2 = 300 \cdot (x - 1)$ м.

По условию пути s_1 и s_2 равны. Итак, мы получили уравнение $250x = 300(x - 1)$; $250x = 300x - 300$; $300 = 300x - 250x$; $300 = 50x$, откуда получаем $x = 6$ мин. Тогда длина дистанции равна $s = 250 \cdot 6 = 1500$ (м).

695.

	v	t	S	
От турбазы до привала	4,5 км/ч	$\frac{x}{4{,}5}$ ч	x км	на 15 мин $\left(\frac{1}{4}\text{ ч.}\right)$ больше
До турбазы	4 км/ч	$\frac{x}{4}$ ч	x км	

$\frac{x}{4} - \frac{x}{4{,}5} = \frac{1}{4} \Big| \cdot 36$; $9x - 8x = 7$; $x = 9$. Расстояние от турбазы до привала 9 км.

696.

	v	t	S	
Велосипедист	12 км/ч	x ч	$12x$ км	на 20 км больше
Мотоциклист	16 км/ч	x ч	$16x$ км	

$16x - 12x = 20$; $4x = 20$; $x = 5$. Через 5 ч мотоциклист догонит велосипедиста. $12 \cdot 5 = 60$ км, на расстоянии 60 км от A мотоциклист догонит велосипедиста.

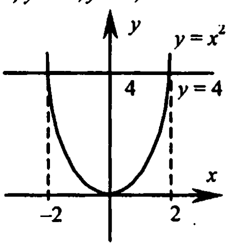
697. Пути, пройденные машинами до встречи, равны $s_1 = s_2$. Путь, пройденный грузовой машиной до встречи, равен $s_1 = v_1 t = 60t$ (t – время, через которое эти машины встретились), а легковой – $s_2 = v_2\,(t-2) = 90\,(t-2)$. Так как $s_1 = s_2$, то получаем линейное уравнение: $60t = 90\,(t-2)$. Решаем данное уравнение: $60t = 90t - 180$; $180 = 30t$, откуда $t = 6$ ч. Путь, пройденный машинами до встречи, равен: $s_1 = v_1 t = 60 \cdot 6 = 360$ (км).

698. **а)** $5x + 29 = -3x - 11$; $8x = -40$; $x = -5$, отсюда $y = 5 \cdot (-5) + 29$; $y = 4$; точка пересечения $(-5; 4)$;

б) $1{,}2x = 1{,}8x + 9{,}3$; $-0{,}6x = 9{,}3$; $x = -15{,}5$, отсюда $y = 1{,}2\,(-15{,}5)$; $y = -18{,}6$; точка пересечения $(-15{,}5; -18{,}6)$.

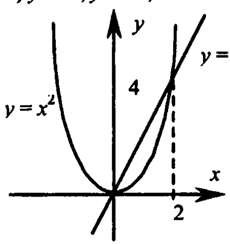
699. **а)** $y = -28x$ – II, IV четверть; **б)** $y = -28x + 4$ – I, II, IV четверть;
в) $y = 0{,}05x$ – I, III четверть; **г)** $y = 0{,}05x - 2{,}5$ – I, III, IV четверть.

700. **а)** $y = x^2$, $y = 4$;



точки пересечения: $(-2; 4)$, $(2; 4)$;

б) $y = x^2$, $y = 2x$;



точки пересечения: $(0; 0)$, $(2; 2)$.

701. **а)** $\left(\frac{1}{3}a^5y^3\right)\cdot(-ay)^3 = \frac{1}{9}a^{10}y^6\left(-a^3y^3\right) = -\frac{1}{9}a^{13}y^9$;

б) $-0{,}1a^4b^7 \cdot (-30a^2b)^2 = -0{,}1a^4b^7 \cdot 900a^4b^2 = -90a^8b^9$.

702. **а)** $mx + my = m\,(x + y)$; проверка: $m\,(x + y) = mx + my$;

б) $kx - px = x\,(k - p)$; проверка: $x\,(k - p) = kx - px$;

в) $-ab + ac = a\,(c - b)$; проверка: $a\,(c - b) = -ab + ac$;

г) $-ma - na = -a\,(m + n)$; проверка: $-a\,(m + n) = -ma - na$.

703. **а)** Оба члена данного многочлена содержат общий множитель 5. Следовательно, это число можно вынести за скобки: $5x + 5y = 5\,(x + y)$. Данный многочлен $5x + 5y$ разложен на произведение числа 5 и многочлена $(x + y)$.

б) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель 4. Вынесем его за скобки. Имеем: $4a - 4b = 4\,(a - b)$.

в) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель 3: $3c + 15d = 3c + 3 \cdot 5d$. Вынесем общий множитель за скобки. Получаем: $3c + 3 \cdot 5d = 3(c + 5d)$.

г) Представим выражение в виде: $-6m - 9n = -2 \cdot 3m - 3 \cdot 3n$. Оба члена данного многочлена содержат общий множитель (–3). Вынесем его за скобки. Имеем: $-2 \cdot 3m - 3 \cdot 3n = -3(2m + 3n)$.

д) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель a. Вынесем его за скобки. Имеем: $ax + ay = a(x + y)$.

е) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель b, который можем вынести за скобки. Получаем: $bc - bd = b(c - d)$.

ж) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель a. Вынесем его за скобки: $ab + a = a(b + 1)$.

з) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель c. Вынеся его за скобки, имеем: $cy - c = c(y - 1)$.

и) Оба члена данного многочлена содержат общий множитель $(-a)$. Вынесем его за скобки. Имеем: $-ma - a = -a(m + 1)$.

704. а) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель 7. Имеем: $7a + 7y = 7(a + y)$.

б) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель 8. Получаем: $-8b + 8c = 8(c - b)$.

в) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель 12: $12x + 48y = 12x + 4 \cdot 12y = 12(x + 4y)$.

г) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель (–9). Имеем: $-9m - 9 \cdot 3n = -9(m + 3n)$.

д) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель 12. Имеем: $12a + 12 = 12(a + 1)$.

е) Для того, чтобы представить данный многочлен в виде произведения, вынесем за скобки общий множитель (–10). Имеем: $-10 - 10c = -10 \cdot 1 - 10c = -10(1 + c)$.

705. а) $7ax + 7bx = 7x(a + b)$; **б)** $3by - 6b = 3b(y - 2b)$;
в) $-5mn + 5n = 5n(1 - m)$; **г)** $3a + 9ab = 3a(1 + 3b)$.

706. а) $a^2 + a = a(a + 1)$; **б)** $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$;
в) $c^5 + c^7 = c^5(1 + c^2)$; **г)** $a^3 - a^7 = a^3(1 - a^4)$.

707. а) $14x + 21y = 7(2x + 3y)$; **б)** $15a + 10b = 5(3a + 2b)$;
в) $8ab - 6ac = 2a(4b - 3c)$; **г)** $9xa + 9xb = 9x(a + b)$.

709. а) $x^2 + 8x = 0$; $x(x + 8) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -8$;
б) $5x^2 - x = 0$; $x(5x - 1) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}2$;
в) $6y^2 - 30y = 0$; $6y(y - 5) = 0$; $y_1 = 0$, $y_2 = 5$;
г) $3x^2 - 1{,}2x = 0$; $3x(3x - 1{,}2) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}4$.

710. а) $5x^2 + 3{,}6x = 0$; $x(5x + 3) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -0{,}6$;
б) $x^2 - 11x = 0$; $x(x - 11) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 11$;
в) $6x^2 - 3{,}6x = 0$; $6x(x - 0{,}6) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}6$;
г) $0{,}3x^2 - 3x = 0$; $0{,}3x(x - 10) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 10$.

711. а) $16^5 + 16^4 = 16^4(16 + 1) = 16^4 \cdot 17$ – кратно 17.
б) $38^9 - 38^8 = 38^8 \cdot (38 - 1) = 38^8 \cdot 37$ – кратно 37.

713. а) $7^8 - 7^7 + 7^6 = 7^6(7^2 - 7 + 1) = 7^6(49 - 7 + 1) = 7^6 \cdot 43$ – делится на 43;
б) $2^{13} - 2^{10} - 2^9 = 2^9(2^4 - 2 - 1) = 2^9(16 - 3) = 2^9 \cdot 13$ – делится на 13;
в) $27^4 - 9^5 + 3^9 = (3^3)^4 - (3^2)^5 + 3^9 = 3^{3\cdot4} - 3^{2\cdot5} + 3^9 = 3^{12} - 3^{10} + 3^9 = 3^9 \cdot 3^3 -$
$- 3^9 \cdot 3 + 3^9 = 3^9 \cdot (3^3 - 3 + 1) = 3^9 \cdot (3^3 - 2) = 3^9 \cdot 25$ – делится на 25;
г) $16^4 - 2^{13} - 4^5 = (2^4)^4 - 2^{13} - (2^2)^5 = 2^{16} - 2^{13} - 2^{10} = 2^{10} \cdot 2^6 - 2^{10} \cdot 2^3 -$
$- 2^{10} \cdot 1 = 2^{10} \cdot (2^6 - 2^3 - 1) = 2^{10} \cdot 55$ – делится на 11.

714. а) Представим данный многочлен в виде: $x^3 - 3x^2 + x = x^2 \cdot x - 3x \cdot x + x \cdot 1$. Теперь вынесем за скобки общий множитель x. Имеем: $x^2 \cdot x - 3x \cdot x + x \cdot 1 = x(x^2 - 3x - 1)$. Многочлен разложен на произведение одночлена x и многочлена $(x^2 - 3x - 1)$.

б) Представим этот многочлен в виде: $m^2 - 2m^3 - m^4 = m^2 \cdot 1 - 2m^2 \cdot m - m^2 \cdot m^2$. Далее вынесли за скобки общий множитель m^2. Имеем: $m^2 \cdot 1 - 2m^2 \cdot m - m^2 \cdot m^2 = m^2(1 - 2m - m^2)$. Многочлен разложен на произведение одночлена m^2 и многочлена $(1 - 2m - m^2)$.

в) Представим этот многочлен в виде: $4a^5 - 2a^3 + a = 4a^4 \cdot a - 2a^2 \cdot a + a$. Вынесем за скобки общий множитель a. Получаем: $4a^4 \cdot a - 2a^2 \cdot a + a = a(4a^4 - 2a^2 + 1)$.

г) Представим данный многочлен в виде: $6x^2 - 4x^3 + 10x^4 = 2x^2 \cdot 3 - 2x^2 \cdot 2x + 2x^2 \cdot 5x^2$. Теперь вынесем за скобки общий множитель $2x^2$. Имеем: $2x^2(3 - 2x + 5x^2)$.

д) Аналогично имеем: $15a^3 - 9a^2 + 6a = 3a \cdot 5a^2 - 3a \cdot 3a + 2 \cdot 3a = 3a(5a^2 - 3a + 2)$. (За скобки был вынесен общий множитель $3a$).

е) Получаем: $-3m^2 - 6m^3 + 12m^5 = 3m^2 \cdot (-1) - 3m^2 \cdot 2m + 3m^2 \cdot 4m^3 = 3m^2(-1 - 2m + 4m^3)$. (За скобки был вынесен множитель $3m^2$).

715. а) $c^3 - c^4 + 2c^5 = c^3(1 - c + 2c^2)$; б) $5m^4 - m^3 + 2m^2 = m^2(5m^2 - m + 2)$.

717. **а)** $4c^4 - 6x^2c^2 + 8c = 2c\,(2c^3 - 3x^2c + 4)$;

б) $10a^2x - 15a^3 - 20a^4x = 5 \cdot 2a^2 \cdot x - 5 \cdot 3a^2 \cdot a - 5 \cdot 4a^2 \cdot a^2x =$
$= 5a^2\,(2x - 3a - 4a^2x)$.

720. **а)** В данном примере общим множителем является выражение $(a - 3)$. Выносим его за скобки. Имеем: $8m\,(a - 3) + n\,(a - 3) = (8m + n)\,(a - 3)$. Выражение разложено на произведение многочленов $(8m + n)$ и $(a - 3)$.

б) $(p^2 - 5) - q\,(p^2 - 5) = (p^2 - 5)\,(1 - q)$.

в) В этом выражении для того, чтобы вынести общий множитель, сначала преобразуем одно из слагаемых: $y\,(9 - y) = -y\,(y - 9)$ (вынесли знак «минус» за скобки). Тогда получаем: $x\,(y - 9) + y\,(9 - y) =$
$= x\,(y - 9) - y\,(y - 9) = (x - y)\,(y - 9)$. Данное выражение разложено на произведение двух многочленов $(x - y)$ и $(y - 9)$.

724. **а)** $(a - b)\,(a + b)$; **б)** $a^2 + b^2$; **в)** $(a + b)^2$; **г)** $b^2 - c^2$; **д)** $(b - c)^3$; **е)** $b^3 + c^3$.

§11. Произведение многочленов

725. **а)** Для того, чтобы перемножить эти два многочлена, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и сложить полученные произведения. Получаем: $(x + m)\,(y + n) =$
$= xy + my + xn + mn$.

б) Перемножим два данных многочлена. Получаем: $(a - b)\,(x + y) =$
$= ax - bx + ay - by$.

в) Умножим два данных многочлена. Имеем: $(a - b)\,(b - y) = ab - bx - ay + xy$.

г) Перемножим многочлены $(x + 8)$ и $(y - 1)$. Имеем: $(x + 8)\,(y - 1) =$
$= xy - x + 8y - 8$.

д) Умножим два данных многочлена. Получаем: $(b - 3)\,(a - 2) =$
$= ab - 3a - 2b + 6$.

е) Имеем: $(-a + y)\,(-1 - y) = a - y + ay - y^2$.

727. **а)** Раскроем скобки в данном выражении. Имеем: $(m - n)\,(x + c) =$
$= mx - nx + mc - nc$.

б) Раскроем скобки в данном выражении. Получаем: $(k - p)\,(k - n) =$
$= k^2 - pk - kn + pn$.

в) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(a + 3)\,(a - 2) = a^2 + 3a - 2a - 6 = a^2 + a - 6$.

г) Раскроем скобки в данном выражении и приведем подобные члены. Получаем: $(5 - x)\,(4 - x) = 20 - 4x - 5x + x^2 = x^2 - 9x + 20$.

д) Аналогично раскроем в этом выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(1 - 2a)\,(3a + 1) = 3a + 1 - 6a^2 - 2a = -6a^2 +$
$+ (3a - 2a) + 1 = -6a^2 + a + 1$.

е) В данном выражении раскрываем скобки и приводим подобные члены. Имеем: $(6m-3)(2-5m)=12m-6-30m^2+15m=-30m^2+$ $+(15m+12m)-6=-30m^2+27m-6$.

728. Данный прямоугольник состоит из четырех прямоугольников, площади которых равны: ac, bc, ad и bd. С другой стороны, эта площадь исходного прямоугольника равна $(a+b)\cdot(c+d)$, т. к. одна сторона состоит из отрезков a и b, а другая – из c и d. Приравняем эту площадь $(a+b)(c+d)$ сумме площадей четырех малых прямоугольников. Следовательно, $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$.

730. **а)** Для перемножения двух данных многочленов нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена: $(2x^2-y)(x^2+y)=2x^2\cdot x^2-y\cdot x^2+2x^2\cdot y-y\cdot y=2x^4-x^2y+2x^2y-y^2=$ $=2x^4+x^2y-y^2$. Здесь были приведены подобные члены $(-x^2y)$ и $(2x^2y)$.
б) $(7x^2+a^2)(x^2-3a^2)=7x^4-21a^2x^2+a^2x^2-3a^4=7x^4-20a^2x^2-3a^4$.

733. **а)** Чтобы умножить многочлен на многочлен умножим каждый член одного многочлена на каждый член второго многочлена. Получаем: $(c^2-cd-d^2)(c+d)=c^2\cdot c-cd\cdot c-d^2\cdot c+c^2\cdot d-cd\cdot d-d^2\cdot d=$ $=c^3-c^2d-cd^2+c^2d-cd^2-d^3$. После этого в многочлене приведем подобные члены: $c^3-c^2d-cd^2+c^2d-cd^2-d^3=c^3-2cd^2-d^3$.
б) $(x-y)(x^2-xy-y^2)=x^3-x^2y-xy^2-x^2y+xy^2+y^3$.

737. **г)** Раскроем в данном выражении скобки, умножив каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена. Получаем: $5b^3+(a^2+5b)(ab-b^2)=5b^3+a^2\cdot ab+5b\cdot ab-a^2b^2-5b\cdot b^2=5b^3+$ $+a^3b+5ab^2-a^2b^2-5b^3$. Приведем подобные члены в данном многочлене: $5b^3+a^3b+5ab^2-a^2b^2-5b^3=a^3b-a^2b^2+5ab^2$.

д) Раскроем в данном выражении скобки, умножив каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена. Получаем: $(a-b)(a+2)-(a+b)(a-2)=(a^2-ab+2a-2b)-(a^2+ab-2a-2b)=$ $=a^2-ab+2a-2b-a^2-ab+2a+2b=(a^2-a^2)+(-ab-ab)+(2a+2a)+$ $+(-2ab+2ab)=0-2ab+4a+0=-2ab+4a$.

е) Раскроем скобки в этом выражении, используя формулу для разности квадратов и умножив каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена. Имеем: $(x+y)(x-y)-(x-1)(x-2)=$ $=(x^2-y^2)-(x^2-x-2x+2)=(x^2-y^2)-(x^2-3x+2)=x^2-y^2-x^2+3x-2=$ $=(x^2-x^2)-y^2+3x-2=0-y^2+3x-2=-y^2+3x-2$.

738. **а)** Раскроем скобки (в первом случае воспользуемся правилом умножения многочлена на многочлен; во втором случае умножим одночлен $2x$ на каждый член многочлена $(y-3x)$). Имеем: $(2x-y)(y+4x)+$ $+2x(y-3x)=2xy-y^2+8x^2-4xy+2xy-6x^2=-y^2+(8x^2-6x^2)+$

$+ (2xy + 2xy - 4xy) = -y^2 + 2x^2 + 0 = -y^2 + 2x^2$.

б) Раскроем в данном выражении скобки. Далее приведем подобные члены. Получаем: $(3a - 2b)(2a - 3b) - 6a(a - b) = 6a^2 - 4ab - 9ab + 6b^2 - 6a^2 + 6ab = (6a^2 - 6a^2) + 6b^2 + (-4ab - 9ab + 6ab) = 0 + 6b^2 - 7ab = 6b^2 - 7ab$.

в) Раскроем в данном выражении скобки. В первом случае воспользуемся правилом умножения одночлена на многочлен, а во втором случае – правилом умножения многочлена на многочлен. Имеем:
$5a(2x - a) - (8a - x)(2x - a) = 10ax - 5a^2 - (16ax - 2x^2 - 8a^2 + ax) = 10ax - 5a^2 - 16ax + 2x^2 + 8a^2 - ax = (8a^2 - 5a^2) + 2x^2 + (10ax - 16ax - ax) = 3a^2 + 2x^2 - 7ax$.

г) Раскроем в данном выражении скобки. Затем приведем подобные члены. Имеем: $2c(b + 15c) + (b - 6c)(5c + 2b) = 2bc + 30c^2 + 5bc - 30c^2 + 2b^2 - 12bc = (30c^2 - 30c^2) + 2b^2 + (2bc - 12bc + 5bc) = 0 + 2b^2 - 5bc = 2b^2 - 5bc$.

739. **а)** В данном выражении содержится произведение двух многочленов. Умножив каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена, получаем: $(8a - b)(a + 7b) - 55ab = 8a^2 - ab + 56ab - 7b^2 - 55ab$. Приведем в этом многочлене подобные члены. Получаем: $8a^2 - ab + 56ab - 7b^2 - 55ab = 8a^2 - 7b^2 + (-ab + 56ab - 55ab) = 8a^2 - 7b^2 + 0 = 8a^2 - 7b^2$.

б) Аналогично перемножим два многочлена. Затем приведем подобные члены в полученном выражении. Имеем: $(3x + 2y)(4x - y) + 2y^2 = 12x^2 + 8xy - 3xy - 2y^2 + 2y^2 = 12x^2 + (8xy - 3xy) + (-2y^2 + 2y^2) = 12x^2 + 5xy + 0 = 12x^2 + 5xy$.

в) В данном выражении содержится произведение двух многочленов и умножение одночлена на многочлен. Почленно перемножая, одночлен на каждый член многочлена и каждый член одного многочлена на каждый член другого, получаем: $(3p - 1)(2p + 5) - 6p(p - 2) = (3p \cdot 2p - 2p + 5 \cdot 3p - 5) + (-6p \cdot p + 6p \cdot 2) = 6p^2 - 2p + 15p - 5 - 6p^2 + 12p$. Приведем в этом многочлене подобные члены: $6p^2 - 2p + 15p - 5 - 6p^2 + 12p = (6p^2 - 6p^2) + (15p + 12p - 2p) - 5 = 25p - 5$.

745. **б)** Раскроем скобки в левой и правой частях данного уравнения. Для этого в левой части умножаем одночлен на каждый член многочлена, а в правой части каждый член одного многочлена умножаем на каждый член другого многочлена. Получаем: $2x(x - 8) = (x + 1)(2x - 3)$; $2x \cdot x - 2x \cdot 8 = 2x \cdot x + 2x - 3x - 3$; $2x^2 - 16x = 2x^2 + 2x - 3x - 3$. Приводим подобные члены данного уравнения: $-16x = -x - 3$; $-16x + x = -3$; $-15x = -3$, откуда $x = \dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}$.

748. Первое нечетное число обозначим $(2x + 1)$. Следующее за ним нечетное число будет $(2x + 3)$, далее $(2x + 5)$ (т. к. $2x$ – всегда четное число, то $(2x + 1)$ – нечетное). Два больших числа – числа $(2x + 3)$ и $(2x + 5)$, а два меньших $(2x + 1)$ и $(2x + 3)$. По условию получаем уравнение: $(2x + 5)(2x + 3) - (2x + 3)(2x + 1) = 76$; $(2x + 3)(2x + 5 - 2x - 1) = 76$; $(2x + 3) \cdot 4 = 76$; $2x + 3 = 19$; $2x = 16$; $x = 8$. Тогда первое число: $2x + 1 = 2 \cdot 8 + 1 = 17$; значит, второе, следующее за числом 17 нечетное число 19, а следующее за ним нечетное число 21.

750. Пусть сторона квадрата будет равна x см. Тогда одна из сторон прямоугольника равна $(x + 3)$ см, а другая сторона равна $(x - 2)$ см. Площадь данного прямоугольника равна $(x - 2)(x + 3)$ см^2, а площадь квадрата равна x^2 см^2. По условию, площадь квадрата на 30 см^2 меньше площади прямоугольника. Отсюда получаем уравнение: $(x - 2)(x + 3) - x^2 = 30$. Решим это уравнение. Сначала перемножим два многочлена, затем приведем в данном уравнении подобные члены. Имеем: $(x - 2)(x + 3) - x^2 = 30$; $x^2 - 2x + 3x - 6 - x^2 = 30$; $(x^2 - x^2) + (-2x + 3x) - 6 = 30$; $x = 36$.

751. Пусть бригада должна была работать x дней. Тогда количество изготовленных деталей было бы равно $(54x)$ шт. С другой стороны, перевыполняя план на 6 деталей в день, т. е. изготовляя ежедневно 60 деталей, бригада работала $(x - 1)$ дней и сделала 18 деталей сверх плана. Тогда общее количество деталей в этом случае равно $60(x - 1) + 18$. По условию, количество изготовленных деталей в первом и втором случаях равны. Отсюда получаем уравнение: $60(x - 1) + 18 = 54x$. Решим это уравнение: $60x - 60 + 18 = 54x$ или $60x - 54x = 60 - 18$ или $6x = 42$, откуда $x = \dfrac{42}{6} = 7$ (дней).

752. Обозначим через x количество дней, которое требуется бригаде для вспахивания земли, вспахивая ежедневно по 112 га. Тогда в первом случае площадь земли равна $(112x)$ га, а во втором случае $120(x - 1)$ га. По условию, количество га, вспаханное в первом и втором случаях, равны. Отсюда получаем уравнение: $120(x - 1) = 112x$. Решим это уравнение. Имеем: $120x - 120 = 112x$; $120x - 112x = 120$; $8x = 120$, откуда $x = \dfrac{120}{8} = 15$ (дней). Тогда бригаде нужно было вспахать $112x = 112 \cdot 15 = 1680$ (га).

753. а) Умножим каждую часть данного уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 30. Имеем:

$$\frac{x-2}{5} \cdot 30 = \left(\frac{2}{3} - \frac{3x-2}{6}\right) \cdot 30; (x-2) \cdot 6 = \frac{2}{3} \cdot 30 - \frac{3x-2}{6} \cdot 30;\ (x-2) \cdot 6 =$$

$= 2 \cdot 10 - (3x - 2) \cdot 5$; $6x - 12 = 20 - 15x + 10$; $6x + 15x = 20 + 10 + 12$;

$21x = 42$, откуда $x = \dfrac{42}{21} = 2$.

б) Умножим обе части этого уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т.е. на число 12. Получаем: $\left(\dfrac{2x-5}{4} - 1\right) \cdot 12 = \dfrac{x+1}{3} \cdot 12$;

$\dfrac{2x-5}{4} \cdot 12 - 12 = (x + 1) \cdot 4$ или $(2x - 5) \cdot 3 - 12 = (x + 1) \cdot 4$ или $6x - 15 - 12 =$

$= 4x + 4$; $6x - 4x = 4 + 15 + 12$ или $2x = 31$, откуда $x = \dfrac{31}{2} = 15{,}5$.

755. а) В двух вторых слагаемых вынесем за скобки общий множитель 3: $x(b + c) + 3b + 3c = x(b + c) + 3(b + c)$. Теперь видим, что оба слагаемых имеют общий множитель $(b + c)$. Вынесем его за скобки: $x(b + c) + 3(b + c) = (b + c)(x + 3)$. Выражение разложено на произведение двух многочленов $(b + c)$ и $(x + 3)$.

757. а) Сгруппируем члены этого многочлена так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель. Затем вынесем эти общие множители за скобки. Получаем: $ab - 8a - bx + 8x = (ab - 8a) + (-bx + 8x) =$ $= a(b - 8) - x(b - 8)$ (в первой группе было вынесено a, во второй $(-x)$). В итоге имеем: $a(b - 8) - x(b - 8) = (b - 8)(a - x)$. Многочлен разложен на произведение двух многочленов $(b - 8)$ и $(a - x)$.

763. а) Для того, чтобы провести вычисления наиболее рациональным способом, нужно сгруппировать члены, содержащие общий множитель и вынести общий множитель за скобки. Далее сложим числа в скобках. Имеем: $2{,}7 \cdot 6{,}2 - 9{,}3 \cdot 1{,}2 + 6{,}2 \cdot 9{,}3 - 1{,}2 \cdot 2{,}7 = (-9{,}3 \cdot 1{,}2 - 1{,}2 \cdot 2{,}7) +$ $+ (2{,}7 \cdot 6{,}2 + 6{,}2 \cdot 9{,}3) = -1{,}2 \cdot (9{,}3 + 2{,}7) + 6{,}2 \cdot (2{,}7 + 9{,}3) = -1{,}2 \cdot 12 +$ $+ 6{,}2 \cdot 12 = 12 \cdot (-1{,}2 + 6{,}2) = 12 \cdot 5 = 60$.

765. а) Сгруппируем слагаемые следующим образом: $x^2y + x + xy^2 + y + 2xy + 2 =$ $= (x^2y + xy^2) + (x + y) + (2xy + 2)$. Вынесем за скобки общие многочлены и преобразуем полученное выражение. Имеем: $(x^2y + xy^2) + (x + y) +$ $+ (2xy + 2) = xy(x + y) + (x + y) + 2(xy + 1) = (x + y)(xy + 1) + 2(xy + 1) =$ $= (xy + 1)(x + y + 2)$. Многочлен разложен на произведение двух многочленов $(xy + 1)$ и $(x + y + 2)$.

766. а) Представим $6x$ в виде $5x + x$ и выполним группировку; затем вынесем за скобки общие множители. Получаем: $x^2 + 6x + 5 = x^2 + 5x + x + 5 =$ $= (x^2 + x) + (5x + 5) = x(x + 1) + 5(x + 1) = (x + 1)(x + 5)$. Многочлен разложен на произведение двух многочленов $(x + 1)$ и $(x + 5)$.

773. а) Преобразуем левую часть данного равенства: $-x(x-a)(x+b) = x(a-x)(b+x)$, вынеся знак «минус» из первой скобки. В результате преобразования левой части равенства мы получили его правую часть и тем самым доказали, что данное равенство является тождеством при всех a, b, x.

777. а) Упростим левую и правую части данного равенства, а затем сравним полученные результаты. Сначала преобразуем левую часть: $(x-3)(x+7)-13 = x^2-3x+7x-21-13 = 4x-34$. Упрощая правую часть, получаем: $(x+8)(x-4)-2 = x^2+8x-4x-32-2 = 4x-34$. В итоге получаем: $4x-34 = 4x-34$. Так как левая часть данного равенства, равного его правой части, то данное равенство является тождеством.

Дополнительные упражнения к главе IV

787. а) В данном многочлене содержится две группы подобных членов: $10abc^2$, $-abc^2$ и abc^2; $23a^2bc$, $-15a^2bc$ и $-2a^2bc$. Сгруппируем эти подобные члены. Затем приведем подобные члены в каждой группе. Получаем: $10abc^2+23a^2bc-abc^2-15a^2bc+abc^2-2a^2bc = (10abc^2-abc^2+abc^2) + (23a^2bc-15a^2bc-2a^2bc) = 10abc^2+6a^2bc$.

б) В данном многочлене содержится три группы подобных членов: $-3{,}6x^2yz$ и $3x^2yz$; $1{,}2xy^2z$ и $-4xy^2z$; $-0{,}5xyz^2$ и xyz^2. Сгруппируем эти подобные члены. Затем приведем подобные члены в каждой группе. Получаем: $-3{,}6x^2yz+1{,}2xy^2z-0{,}5xyz^2+3x^2yz-4xy^2z+xyz^2 = (-3{,}6x^2yz+3x^2yz) + (1{,}2xy^2z-4xy^2z) + (-0{,}5xyz^2+xyz^2) = -0{,}6x^2yz-2{,}8xy^2z+0{,}5xyz^2$.

788. Упростим данное выражение. Имеем: $\frac{1}{2}a^2b-\frac{1}{2}ab^2-a^2b+2ab^2-\frac{1}{2}ab^2 = (\frac{1}{2}a^2b-a^2b)+(-\frac{1}{2}ab^2+2ab^2-\frac{1}{2}ab^2) = -\frac{1}{2}a^2b+ab^2$. Теперь в упрощенное выражение подставим заданные значения a и b.

а) Подставим $a=8$, $b=-0{,}5$. Имеем: $-\frac{1}{2}a^2b+ab^2 = -\frac{1}{2}\cdot 8^2\cdot(-0{,}5) + 8\cdot(-0{,}5)^2 = -\frac{1}{2}\cdot 64\cdot(-0{,}5)+8\cdot 0{,}25 = 16+2 = 18$.

б) Подставим значения $a=-0{,}5$, $b=4$. Получаем: $-\frac{1}{2}a^2b+ab^2 = -\frac{1}{2}\cdot(-0{,}5)^2\cdot 4+(-0{,}5)\cdot 4^2 = -\frac{1}{2}\cdot 0{,}25\cdot 4-0{,}5\cdot 16 = -0{,}5-8 = -8{,}5$.

789. **а)** Вынесем у первого и второго слагаемых за скобки общий множитель 2. Имеем: $2x^2 + 6x + 3 = 2(x^2 + 3x) + 3$.

При любых целых значениях x значение многочлена $2(x^2 + 3x)$ является четным числом. Число 3 нечетно. Следовательно, при сложении получаем нечетное число (т. к. четное и нечетное число в сумме дают нечетное число). Значение многочлена $2x^2 + 6x + 3$ четным оказаться не может при любых целых x.

792. **а)** Составим сумму этих двух многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(2x^3 - 4x^2 + 7x + 1) + (-x^3 + 2x^2 + 3x - 5) = 2x^3 - 4x^2 + 7x + 1 - x^3 + 2x^2 + 3x - 5 = (2x^3 - x^3) + (-4x^2 + 2x^2) + (7x + 3x) + (1 - 5) = x^3 - 2x^2 + 10x - 4$. В итоге многочлен записан в стандартном виде.

793. **а)** Составим разность двух данных многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(6a^3 + 2a^2 - 8a - 9) - (8a^3 - a^2 - 6a + 1) = 6a^3 + 2a^2 - 8a - 9 - 8a^3 + a^2 + 6a - 1 = -2a^3 + 3a^2 - 2a - 10$. Данный многочлен записан в стандартном виде.

б) Составим разность двух данных многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(-3x + x^3 - 2x^2) - (4x^3 - 2x^2 - 4x) = -3x + x^3 - 2x^2 - 4x^3 + 2x^2 + 4x = (x^3 - 4x^3) + (-2x^2 + 2x^2) + (-3x + 4x) = -3x^3 + 0 + x = -3x^3 + x$.

в) Составим разность двух данных многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(4a - 3b + 2c) - (-6a + 4b - 2c - 2) = 4a - 3b + 2c + 6a - 4b + 2c + 2 = (4a + 6a) + (-3b - 4b) + (2c + 2c) + 2 = 10a - 7b + 4c + 2$.

г) Составим разность двух данных многочленов, затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(a^2 + b^2 - 2ab + 1) - (2a^2 + b^2 + 2b + 1) = a^2 + b^2 - 2ab + 1 - 2a^2 - b^2 - 2b - 1 = (a^2 - 2a^2) + (b^2 - b^2) - 2ab - 2b + (1 - 1) = -a^2 + 0 - 2ab - 2b + 0 = -a^2 - 2ab - 2b$.

794. **а)** Раскроем скобки, произведем группировку подобных членов и приведем подобные члены. Имеем: $(-2x^2 + x + 1) - (x^2 - x + 7) - (4x^2 + 2x + 8) = -2x^2 + x + 1 - x^2 + x - 7 - 4x^2 - 2x - 8 = (-2x^2 - x^2 - 4x^2) + (x + x - 2x) + (1 - 7 - 8) = -7x^2 - 14$. Многочлен имеет стандартный вид.

800. **в)** Запись $\overline{aob}$ представляет число, содержащее a сотен, o десятков и b единиц; a сотен дают $100a$ единиц. Вместе с единицами данное число содержит: $100a + b$ единиц, т. е. $\overline{aob} = 100a + b$.

802. **а)** Запись $\overline{ab}$ представляет число, содержащее a десятков и b единиц, a десятков дают $10a$ единиц. Вместе с единицами данное число содержит: $(10a + b)$ единиц, т. е. $\overline{ab} = 100a + b$. Аналогично: $\overline{ba} = 10b + a$.

Сложим два исходных числа: $\overline{ab} + \overline{ba} = (10a + b) + (10b + a) = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$. Многочлен $11(a + b)$ делится на $(a + b)$, ч.т.д.

б) Аналогично а) получаем: $\overline{ab} = 10a + b$, $\overline{ba} = 10b + a$. Получаем тогда, что разность чисел и равна: $\overline{ab} + \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$ (были раскрыты скобки и приведены подобные члены). Выражение $9(a - b)$ кратно 9, ч.т.д.

803. а) Раскроем скобки в данном уравнении. Затем приведем подобные члены. Получаем: $(4 - 2x) + (5x - 3) = (x - 2) - (x + 3)$ или $4 - 2x + 5x - 3 = x - 2 - x - 3$ или $4 - 2x + 5x - 3 - x + 2 + x + 3 = 0$ или $(4 - 3 + 2 + 3) + (-2x + 5x - x + x) = 0$ или $6 + 3x = 0$ или $3x = -6$ или $x = -\frac{6}{3} = -2$.

б) В данном уравнении раскроим скобки и приведем подобные члены. Имеем: $5 - 3y - 4 + 2y = y - 8 - y + 1$; $5 - 3y - 4 + 2y - y + 8 + y - 1 = 0$; $(-3y + 2y - y + y) + (5 - 4 + 8 - 1) = 0$; $-y + 8 = 0$; $y = 8$.

в) Раскроем в этом уравнении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $7-1\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a-5\frac{1}{2}=2a+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}a$ или $7-1\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a-5\frac{1}{2}-2a-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a=0$ или $\left(-1\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a-2a+\frac{1}{2}a\right)+\left(7-5\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)=0$

или $-2\frac{1}{2}a+1\frac{1}{4}=0$, откуда $2\frac{1}{2}a=1\frac{1}{4}$ и $a=\frac{1\frac{1}{4}}{2\frac{1}{2}}=\frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{2}}=\frac{5}{4}:\frac{5}{2}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$.

г) Аналогично получаем: $-3{,}6 - 1{,}5x - 1 = -4x - 0{,}8 - 0{,}4x + 2$; $-3{,}6 - 1{,}5x - 1 + 4x + 0{,}8 + 0{,}4x - 2 = 0$; $(-1{,}5x + 4x + 0{,}4x) + (-3{,}6 - 1 + 0{,}8 - 2) = 0$; $2{,}9x - 5{,}8 = 0$; $2{,}9x = 5{,}8$, откуда $x = \frac{5{,}8}{2{,}9} = 2$.

805. г) Пусть было задумано число x. Если к нему приписать справа 0, то исходное число увеличится в 10 раз и мы получим число $10x$. Тогда, по условию, получаем уравнение: $3x = 143 - 10x$. Решим это уравнение. Имеем: $3x + 10x = 143$; $13x = 143$, откуда $x = 11$.

806. Пусть исходное число x. Если к числу x приписать справа цифру 9, то получится число $\overline{x9}$, которое можно записать в виде $\overline{x9} = 10x + 9$.

Известно, что сумма удвоенного исходного и полученного чисел равна 633. Отсюда получаем уравнение: $2x + (10x + 9) = 633$. Решим это уравнение: $2x + 10x + 9 = 633$ или $12x = 624$, откуда $x = 52$.

808. Пусть исходное число будет $\overline{xy7}$. Если цифру 7 переставить на первое место, то получится число $\overline{7xy}$. Запишем числа $\overline{xy7}$ и $\overline{7xy}$ в виде: $\overline{xy7} = 100x + 10y + 7$, $\overline{7xy} = 700 + 10x + y$. По условию, новое число больше первоначального на 324. Отсюда получаем уравнение: $(700 + 10x + y) - 324 = 100x + 10y + 7$; $700 + 10x + y - 324 = 100x + 10y + 7$; $700 - 324 - 7 = 100x + 10y - y - 10x$; $90x + 9y = 369$; $9(10x + y) = 369$; $10x + y = 41$. Умножим обе части этого уравнения на число 10 и прибавим к каждой части по 7: $100x + 10y + 7 = 417$. Тогда получаем исходное число, т. е. $\overline{xy7}$. Итак, исходное число равно 417.

809. **а)** Для того, чтобы преобразовать в многочлен это произведение, раскроем в данном выражении скобки. Имеем: $3a^5b^4(a^{10} - a^7b^3 - b^{10}) =$
$= 3a^5b^4 \cdot a^{10} - 3a^5b^4 \cdot a^7b^3 - 3a^5b^4 \cdot b^{10} = 3a^{15}b^4 - 3a^{12}b^7 - 3a^5b^{14}$.

б) Для того, чтобы преобразовать данное произведение в многочлен, раскроем в нем скобки. Получаем: $-2x^8y^5 \cdot (3x^2 - 5xy + y^2) =$
$= -2x^8y^5 \cdot 3x^2 + 2x^8y^5 \cdot 5xy - 2x^8y^5 \cdot y^2 = -6x^{10}y^5 + 10x^9y^6 - 2x^8y^7$.

в) Аналогично раскроем в данном выражении скобки. Имеем:
$(x^4 + 7x^2y^2 - 5y^4)(-0{,}2xy^2) = -0{,}2xy^2 \cdot x^4 - 0{,}2xy^2 \cdot 7x^2y^2 + 0{,}2xy^2 \cdot 5y^4 =$
$= -0{,}2x^5y^2 - 1{,}4\,x^3y^4 + xy^6$.

г) Для того, чтобы преобразовать это произведение в многочлен, раскроем в нем скобки. Имеем: $\left(b^7 - \frac{1}{2}b^5c + \frac{2}{3}b^3c^3 - \frac{2}{5}c^5\right)\left(-3 - bc^3\right) =$

$$= -30bc^3 \cdot b^7 - 30bc^3\left(-\frac{1}{2}b^5c\right) - 30bc^3 \cdot \frac{2}{3}b^3c^3 - 30bc^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}c^5\right) =$$

$= -30b^8c^3 + 15b^6c^4 - 20b^4c^6 + 12bc^8$.

810. **а)** Для того, чтобы упростить это выражение, раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $5(4x^2 - 2x + 1) - 2(10x^2 - 6x - 1) =$
$= 20x^2 - 10x + 5 - 20x^2 + 12x + 2 = (20x^2 - 20x^2) + (12x - 10x) + (5 + 2) =$
$= 0 + 2x + 7 = 2x + 7$.

б) Для преобразования данного выражения раскроем в нем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $7(2y^2 - 5y - 3) - 4(3y^2 - 9y - 5) =$
$= 14y^2 - 35y - 21 - 12y^2 + 36y + 20 = (14y^2 - 12y^2) + (-35y + 36y) +$
$+ (20 - 21) = 2y^2 + y - 1$.

в) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $a(3b-1)-b(a-3)-2(ab-a+b)=3ab-a-ab+3b-2ab+$ $+2a-2b=(3ab-2ab-ab)+(-a+2a)+(3b-2b)=0+a+b=a+b$.

г) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $x^2(4-y^2)+y^2(x^2-7)-4x(x-3)=4x^2-x^2y^2+x^2y^2-7y^2-4x^2+12x=$ $=(-x^2y^2+x^2y^2)+(4x^2-4x^2)-7y^2+12x=0+0-7y^2+12x=-7y^2+12x$.

а) Раскроем скобки, перемножив одночлены и многочлены. Приведем подобные члены. Получаем: $3(x^2-x+1)$ — $0{,}5x(4x-6)=3x^2-3x+$ $+3-2x^2+3x=x^2+3$. При всех x выражение неотрицательно, а число 3 положительно. Значит их сумма, т. е. значение данного выражения будет также положительной при любых x.

Примем за x км/ч скорость катера в стоячей воде. Тогда скорость катера плывущего по течению равна $(x+1{,}5)$ км/ч, а против течения – $(x-1{,}5)$ км/ч. В первом случае расстояние, проходимое катером, равно: $S_1=(x+1{,}5)\cdot 4$ (км), а во втором случае (против течения) оно равно $S_2=(x-1{,}5)\cdot 2$ (км). По условию, первое расстояние в 2,4 раза больше второго. Отсюда получаем уравнение: $\dfrac{4(x+1{,}5)}{2{,}4}=2(x-1{,}5)$;

$4(x+1{,}5)=4{,}8(x-1{,}5)$; $4x+6=4{,}8x-7{,}2$; $0{,}8x=13{,}2$. Тогда находим: $x=\dfrac{13{,}2}{0{,}8}=16{,}5$ (км/ч).

д) Сначала преобразуем исходное выражение. В данном выражении вынесем за скобки общий множитель 12^{11}. Имеем: $12^{13}-12^{12}+12^{11}=$ $=12^{11}\cdot 12^2-12^{11}\cdot 12+12^{11}=12^{11}\cdot(12^2-12+1)=12^{11}\cdot 133=12^{11}\cdot 7\cdot 19$. После преобразования видно, что $12^{11}\cdot 7\cdot 19$ делится на 7 и на 19, ч.т.д.

е) Сначала преобразуем исходное выражение. В исходном выражении вынесем за скобки общий множитель 11^7. Имеем: $11^9-11^8+11^7=$ $=11^7\cdot 11^2-11^7\cdot 11+11^7=11^7\cdot(11^2-11+1)=11^7\cdot 111=11^7\cdot 37\cdot 3$. Видно, что $11^7\cdot 37\cdot 3$ делится на 37 и на 3, ч.т.д.

а) В данном выражении оба слагаемых содержат общий множитель $(a+2b)$. Вынесем его за скобки. Имеем: $(a-3b)(a+2b)+5a(a+2b)=$ $=(a+2b)(a-3b+5a)=(a+2b)\cdot(6a-3b)$. Из второй скобки можем вынести множитель 3. Получаем: $(a+2b)\cdot(6a-3b)=3(a+2b)(2a-b)$.

б) Вынесем за скобки общий множитель $(2x-5b)$. Получаем: $(x+8y)(2x-5b)-8y(2x-5b)=(2x-5b)(x+8y-8y)=x(2x-5b)$.

в) Во втором слагаемом вынесем за скобки знак «минус». Тогда первое и второе слагаемые будут содержать общий множитель $(a-x)$, который затем вынесем за скобки. Имеем: $7a^2(a-x)+(6a^2-ax)(x-a)=$ $=7a^2(a-x)-(6a^2-ax)\cdot(a-x)=(a-x)(7a^2-(6a^2-ax))=$ $=(a-x)(7a^2-6a^2+ax)=(a-x)\cdot(a^2+ax)=(a-x)\cdot a(a+x)=a(a-x)(a+x)$.

г) Аналогично преобразуем второе слагаемое и вынесем за скобки общий множитель $(3b-y)$. Получаем: $11b^2(3b-y)-(6y-3b^2)(3b-y)=$ $=11b^2(3b-y)+(6y-3b^2)(3b-y)=(3b-y)(11b^2+6y-3b^2)=$ $=(3b-y)(8b^2+6y)=2(3b-y)(4b^2+3y)$.

827. а) Для наиболее удобного вычисления значения данного выражения его сначала надо упростить. Вынесем в этом выражении за скобки общий множитель c. Имеем: $5cx+c^2=c(5x+c)$. Подставим в полученное произведение данные значения $x=0{,}17$ и $c=1{,}15$. Получаем: $c(5x+c)=1{,}15\cdot(5\cdot0{,}17+1{,}15)=1{,}15\cdot2=2{,}3$.

б) Сначала упростим данное выражение. Затем подставим заданные значения переменных: $a=1{,}47$ и $b=5{,}78$. Имеем: $4a^2-ab=a(4a-b)=$ $=1{,}47\cdot(4\cdot1{,}47-5{,}78)=1{,}47\cdot0{,}1=0{,}147$.

828. а) В данном уравнении вынесем за скобки общий множитель x. Имеем $x(1{,}2x+1)=0$. Напомним, что произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Значит, $x=0$ или $1{,}2x+1=0$. Решив последнее уравнение, получаем: $1{,}2x=-1$, т. е. $x=-\frac{1}{1{,}2}=-\frac{10}{12}=-\frac{5}{6}$. Мы получили два возможных значения переменной $x=0$ и $x=\frac{5}{6}$.

б) Вынесем в данном уравнении за скобки общий множитель x. Получаем: $x(1{,}6x+x)=0$. Аналогично найдем: $x=0$ или $1{,}6+x=0$, т. е. $x=-1{,}6$.

в) В данном уравнении вынесем за скобки общий множитель x. Имеем $x(0{,}5x-1)=0$. Так как произведение равно нулю, тогда и только тогда, когда хотя бы один из его множителей равен нулю, получаем: $x=0$ или $0{,}5x-1=0$, т. е. $0{,}5x=1$; $x=\frac{1}{0{,}5}=2$. Мы получили два решения данного уравнения: $x=0$ и $x=2$.

г) Перенесем x в левую часть исходного уравнения, изменив его знак на противоположный, затем вынесем общий множитель x за скобки. Получаем: $5x^2-x=0$; $x(5x-1)=0$. Имеем: $x=0$ или $5x-1=0$, т. е. $5x=1$; $x=\frac{1}{5}=0{,}2$.

д) Перенесем в левую часть уравнения $3x$, изменив знак на противоположный: $1{,}6x^2-3x=0$. Теперь вынесем в данном уравнении за скобки общий множитель x. Имеем: $x\,(1{,}6x - 3) = 0$. Получаем: $x = 0$ или

$1{,}6x - 3 = 0$; $1{,}6x = 3$, откуда $x = \frac{3}{1{,}6} = \frac{30}{16} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$.

е) Перенесем в левую часть уравнения x^2, изменив его знак на противоположный. Далее вынесем за скобки общий множитель x. Имеем: $x - x^2 = 0$; $x\,(1 - x) = 0$, откуда $x = 0$ или $1 - x = 0$, т. е. $x = 1$.

829. а) Вынесем за скобки в данном выражении общий множитель 3. Имеем: $(3a + 6)^2 = (3(a + 2))^2 = 3^2 \cdot (a + 2)^2 = 9\,(a + 2)^2$.

б) Вынесем за скобки в данном выражении общий множитель 4. Имеем: $(12b - 4)^2 = (4(3b - 1)^2 = 4^2 \cdot (3b - 1)^2 = 16\,(3b - 1)^2$.

в) Аналогично вынесем за скобки общий множитель 7. Получаем: $(7x + 7y)^2 = (7(x + y) = 7^2 \cdot (x + y)^2 = 49\,(x + y)^2$.

г) В данном выражении вынесем за скобки общий множитель -3. Имеем: $(-3(p - 2))^3 = (-3)^3 \cdot (p - 2)^3 = -27\,(p - 2)^3$.

д) В этом выражении вынесем за скобки общий множитель 5. Имеем: $(5(q - 6) = 5^3 \cdot (q - 6)^3 = 125\,(q - 6)^3$.

е) Вынесем в данном выражении за скобки общий множитель 2. Получаем: $(2a - 8)^4 = (2(a - 4))^4 = 2^4 \cdot (a - 4)^4 = 16\,(a - 4)^4$.

830. Вынесем в данном выражении общий множитель a за скобки: $a^2 - a = a\,(a - 1)$. Если число a будет четным, то число $(a - 1)$ будет нечетным, и наоборот: если число a будет нечетным, то число $(a - 1)$ будет четным. Так как один из множителей выражения $a\,(a - 1)$ четный (т. е. кратен двум), то все выражение делится на 2, ч.т.д.

834. а) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(x - 2)\,(5 + x) = 5x - 10 + x^2 - 2x = x^2 + 3x - 10$.

836. г) Поочередно перемножаем каждый член одного многочлена на каждый член другого многочлена. Затем приводим подобные члены. Получаем: $(-5a^2 + 2a + 3)\,(4a^2 - 2a + 1) = -20a^4 + 8a^3 + 12a^2 + 10a^3 - 4a^2 - 6a - 5a^2 + 2a + 3 = -20a^4 + (8a^3 + 10a^3) + (12a^2 - 4a^2 - 5a^2) + (-6a + 2a) + 3 = -20a^4 + 18a^3 + 3a^2 - 4a + 3$.

840. а) Для доказательства сначала преобразуем исходное выражение. Раскроем скобки в данном выражении. Имеем: $(3^5 - 3^4)\,(3^3 + 3^2) = 3^5 \cdot 3^3 - 3^4 \cdot 3^3 + 3^5 \cdot 3^2 - 3^4 \cdot 3^2 = 3^{5+3} - 3^{4+3} + 3^{5+2} - 3^{4+2} = 3^8 - 3^7 + 3^7 - 3^6 = 3^8 - 3^6 = 3^6 \cdot 3^2 - 3^6 = 3^6 \cdot (3^2 - 1) = 3^6 \cdot 8 = 3^5 \cdot 3 \cdot 8 = 3^5 \cdot 24$. Полученное число делится на 24, ч.т.д.

б) Для доказательства сначала преобразуем исходное выражение. Раскроем скобки в данном выражении. Имеем: $(2^{10} + 2^8) \cdot (2^5 - 2^3) =$

$= 2^{10} \cdot 2^5 + 2^8 \cdot 2^5 - 2^{10} \cdot 2^3 - 2^8 \cdot 2^3 = 2^{15} + 2^{13} - 2^{13} - 2^{11} = 2^{15} - 2^{11} =$
$= 2^{11} \cdot 2^4 - 2^{11} = 2^{11} \cdot (2^4 - 1) = 2^{11} \cdot 15 = 2^9 \cdot 4 \cdot 15 = 2^9 \cdot 60$. Полученное число делится на 60.

в) Для доказательства преобразуем исходное выражение. Раскроем скобки в данном выражении. Получаем: $(16^3 - 8^3) \cdot (4^3 + 2^3) = 16^3 \cdot 4^3 - 8^3 \cdot 4^3 + 16^3 \cdot 2^3 - 8^3 \cdot 2^3 = (2^4)^3 \cdot (2^2)^3 - (2^3)^3 \cdot (2^2)^3 + (2^4)^3 \cdot 2^3 - (2^3)^3 \cdot 2^3 =$
$= 2^{12} \cdot 2^6 - 2^9 \cdot 2^6 + 2^{12} \cdot 2^3 = 2^{18} - 2^{15} + 2^{15} - 2^{12} = 2^{18} - 2^{12} = 2^{12} \cdot 2^6 - 2^{12} =$
$= 2^{12} \cdot (2^6 - 1) = 2^{12} \cdot 63$. Полученное число делится на 63, ч.т.д.

г) Для доказательства сначала преобразуем исходное выражение. Раскроем скобки в данном выражении. Имеем: $(125^2 + 25^2) \cdot (5^2 - 1) =$
$= 125^2 \cdot 5^2 + 25^2 \cdot 5^2 - 125^2 - 25^2 = (5^3)^2 \cdot 5^2 + (5^2)^2 \cdot 5^2 - (5^3)^2 - (5^2)^2 =$
$= 5^6 \cdot 5^2 + 5^4 \cdot 5^2 - 5^6 - 5^4 = 5^8 + 5^6 - 5^6 - 5^4 = 5^8 - 5^4 = 5^4 \cdot 5^4 - 5^4 =$
$= 5^4 \cdot (5^4 - 1) = 5^4 \cdot 624 = 5^4 \cdot 39 \cdot 16$. Полученное число делится на 39.

841. а) Упростим данное выражение. для этого раскроем в нем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $126y^3 + (x - 5y)(x^2 + 25y^2 + 5xy) =$
$= 126y^3 + x^3 - 5x^2y + 25xy^2 - 125y^3 + 5x^2y - 25xy^2 = (126y^3 - 125y^3) + x^3 +$
$+ (-5x^2y + 5x^2y) + (25xy^2 - 25xy^2) = y^3 + x^3$. Подставим в упрощенное выражение заданные значения x и y. Имеем: $y^3 + x^3 = (-2)^3 + (-3)^3 =$
$= -8 - 27 = -35$.

б) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $m^3 + n^3 - (m^2 - 2mn - n^2)(m - n) = m^3 + n^3 - (m^3 - 2m^2n - mn^2 - m^2n +$
$+ 2mn^2 + n^3) = m^3 + n^3 - m^3 + 2m^2n + mn^2 + m^2n - 2mn^2 - n^3 = (m^3 - m^3) +$
$+ (n^3 - n^3) + (2m^2n + m^2n) + (mn^2 - 2mn^2) = 3m^2n - mn^2$. Подставим в упрощенное значение данного выражения значения $m = -3$ и $n = 4$. Получаем: $3m^2n - mn^2 = 3 \cdot (-3)^2 \cdot 4 - (-3) \cdot 4^2 = 3 \cdot 9 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 = 108 + 48 = 156$.

842. а) Для доказательства нужно упростить данное выражение. Раскроем скобки и приведем в этом выражении подобные члены. Имеем:
$(a - 3)(a^2 - 8a + 5) - (a - 8)(a^2 - 3a + 5) = a^3 - 3a^2 - 8a^2 + 24a + 5a -$
$- 15 - (a^3 - 8a^2 - 3a^2 + 24a + 5a - 40) = a^3 - 3a^2 - 8a^2 + 24a + 5a - 15 -$
$- a^3 + 8a^2 + 3a^2 - 24a - 5a + 40 = (a^3 - a^3) + (-3a^2 - 8a^2 + 8a^2 + 3a^2) +$
$+ (24a + 5a - 24a - 5a) + (-15 + 40) = 0 + 0 + 0 + 25 = 25$. В этом выражении не содержится переменной a. Значит, данное выражение не зависит от значения переменной.

б) Для доказательства упростим данное выражение и убедимся, что оно не содержит переменной x. Раскроем скобки и приведем в этом выражении подобные члены. Получаем: $(x^2 - 3x + 2)(2x + 5) -$
$- (2x^2 + 7x + 17)(x - 4) = 2x^3 - 6x^2 + 4x + 5x^2 - 15x + 10 - (2x^3 + 7x^2 +$
$+ 17x - 8x^2 - 28x - 68) = 2x^3 - 6x^2 + 4x + 5x^2 - 15x + 10 - 2x^3 - 7x^2 - 17x +$
$+ 8x^2 + 28x + 68 = (2x^3 - 2x^3) + (-6x^2 + 5x^2 - 7x^2 + 8x^2) + (4x - 15x - 17x +$

$+ 28x) + (10 + 68) = 0 + 0 + 0 + +78 = 78$. После преобразований видно, что значение данного выражения не зависит от значения переменной x.

843. **а)** Пусть первое натуральное число будет x. Тогда четыре следующих за ним натуральных числа будут иметь вид: $(x + 1)$, $(x + 2)$, $(x + 3)$ и $(x + 4)$. Сумма этих чисел равна: $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4)$. Преобразуем полученное выражение. Имеем: $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + + x + 4 = 5x + 10 = 5\,(x + 2)$. После преобразований видно, что сумма пяти последовательных натуральных чисел кратна 5.

б) Пусть первое нечетное число будет иметь вид $(2x + 1)$. Тогда три следующих за ним нечетных числа будут: $(2x + 3)$, $(2x + 5)$ и $(2x + 7)$. Сложив все эти числа, получаем: $(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) + (2x + 7) = = 2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 + 2x + 7 = 8x + 16 = 8\,(x + 2)$. После преобразований видно, что сумма четырех последовательных нечетных чисел действительно кратна 8.

844. Пусть первое натуральное число будет x. Тогда три следующих за этим числом натуральных числа будут иметь вид: $(x + 1)$, $(x + 2)$ и $(x + 3)$. Исходя из условия, получаем уравнение: $x\,(x + 1) = (x + 2)\,(x + 3) - 38$. Решим это уравнение: $x^2 + x = x^2 + 2x + 3x + 6 - 38$; $x^2 + x - x^2 - 2x - - 3x = 6 - 38$; $-4x = -32$, откуда $x = \ = 8$. Тогда три следующих за числом 8 натуральных числа будут 9, 10 и 11.

845. **а)** Пусть первое целое число будет x. Тогда три следующих целых числа будут $(x + 1)$, $(x + 2)$ и $(x + 3)$. Произведение двух средних чисел равно $(x + 1)\,(x + 2)$, а произведение крайних чисел равно $x\,(x + 3)$. Исходя из условия, составим разность: $(x + 1)\,(x + 2) - x\,(x + 3)$. Упростим это выражение: $x^2 + x + 2x + 2 - (x^2 + 3x) = x^2 + x + 2x + 2 - x^2 - 3x = 2$. Значит, произведение двух средних из четырех последовательных целых чисел на 2 больше произведения крайних чисел.

б) Пусть первое нечетное число будет $(2x + 1)$. Тогда два следующих за ним нечетных числа будут $(2x + 3)$ и $(2x + 5)$. Исходя из условия, запишем разность: $(2x + 3)^2 - (2x + 1)\,(2x + 5)$. Преобразуем это выражение: $(2x + 3)\,(2x + 3) - (2x + 1)\,(2x + 5) = 4x^2 + 6x + 6x + 9 - 4x^2 - 2x - - 10x - 5 = (4x^2 - 4x^2) + (6x + 6x - 2x - 10x) + (9 - 5) = 4$. Значит, квадрат среднего из трех последовательных нечетных чисел действительно на 4 больше произведения двух крайних чисел.

850. **а)** Для нахождения значения этого выражения его сначала нужно упростить. Имеем: $a^2 + ab - 7a - 7b = a\,(a + b) - 7\,(a + b) = (a + b)\,(a - 7)$. В выражение подставим заданные значения переменных a и b. Имеем: $(a + b)\,(a - 7) = (6{,}6 + 0{,}4) \cdot (6{,}6 - 7) = 7 \cdot (-0{,}4) = -2{,}8$.

в) Для нахождения значения этого выражения его нужно упростить.

Получаем: $5a^2 - 5ax - 7a + 7x = 5a(a - x) - 7(a - x) = (a - x)(5a - 7)$. Теперь в выражение подставим заданные значения переменных a и x. Имеем: $(a - x)(5a - 7) = (4 - (-3)) \cdot (5 \cdot 4 - 7) = 7 \cdot 13 = 91$.

г) Сначала упростим исходное выражение. Получаем: $xb - xc + 3c - 3b = x(b - c) - 3(b - c) = (b - c)(x - 3)$. Теперь подставим в полученное выражение заданные значения переменных x, b и c. Найдем: $(b - c)(x - 3) = (12{,}5 - 8{,}3) \cdot (2 - 3) = -1 \cdot 4{,}2 = -4{,}2$.

д) Для нахождения значения данного выражения его сначала нужно упростить. Имеем: $ay - ax - 2x + 2y = a(y - x) + 2(y - x) = (y - x)(a + 2)$. Теперь в выражение подставим заданные значения переменных a, x и y. Получаем: $(y - x)(a + 2) = (-6{,}4 - 9{,}1)(-2 + 2) = 0 \cdot (-15{,}5) = 0$.

е) Сначала исходное выражение следует упростить. Имеем: $3ax - 4by - 4ay + 3bx = 3x(a + b) - 4y(a + b) = (a + b) \cdot (3x - 4y)$. Подставив в полученное выражение заданные значения переменных a, b, x и y, найдем: $(a + b) \cdot (3x - 4y) = (3 - 13) \cdot (3 \cdot (-1) - 4 \cdot (-2)) = -10 \cdot 5 = -50$.

851. **а)** Сгруппируем члены данного многочлена следующим образом: $a^3 - 2a^2 + 2a - 4 = (a^3 - 2a^2) + (2a - 4)$. Теперь вынесем за скобки общие множители. Имеем: $(a^3 - 2a^2) + (2a - 4) = a^2(a - 2) + 2(a - 2) = (a - 2)(a^2 + 2)$.

б) Сгруппируем члены этого многочлена и вынесем за скобки общие множители. Получаем: $x^3 - 12 + 6x^2 - 2x = (x^3 - 2x) + (-12 + 6x^2) = x(x^2 - 2) + 6(x^2 - 2) = (x^2 - 2)(x + 6)$.

в) Сгруппируем члены данного многочлена и вынесем за скобки общие множители. Имеем: $c^4 - 2c^2 + c^3 - 2c = (c^4 + c^3) + (-2c^2 - 2c) = c^3(c + 1) - 2c(c + 1) = (c + 1)(c^3 - 2c) = (c + 1)c(c^2 - 2) = c(c + 1)(c^2 - 2)$.

г) Сгруппируем члены данного многочлена и вынесем общие множители за скобки. Получаем: $-y^6 - y^5 + y^4 + y^3 = (-y^6 - y^5) + (y^4 + y^3) = -y^5(y + 1) + y^3(y + 1) = (y + 1)(y^3 - y^5) = (y + 1)y^3(1 - y^2) = y^3(y + 1)(1 - y^2)$.

д) Сгруппируем члены данного многочлена и вынесем за скобки общие множители. Имеем: $a^2b - b^2c + a^2c - bc^2 = (a^2b + a^2c) + (-b^2c - bc^2) = a^2(b + c) - bc(b + c) = (b + c)(a^2 - bc)$.

854. **а)** Для того, чтобы доказать данное тождество, преобразуем его левую и правую части. Левая часть: $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$. Затем преобразуем правую часть: $x^2 + (a + b)x + ab = x^2 + ax + bx + ab$. Видно, что левая и правая части данного равенства равны одному и тому же выражению. Следовательно, они тождественно равны друг другу. Значит, данное равенство является тождеством при всех a, b, x.

Глава V

Формулы сокращенного умножения

§12. Квадрат суммы и квадрат разности

859. а) Воспользуемся формулой для квадрата суммы: квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения. Получаем: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

е) Воспользуемся формулой для квадрата разности (квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения). Имеем: $(9 + y)^2 = 81 - 2 \cdot 9y + y^2 = 81 - 18y + y^2$.

861. а) Квадрат, изображенный на рисунке, состоит из двух квадратов, площади которых равны a^2 и b^2, и двух прямоугольников, площади которых равны $a \cdot b$. С другой стороны, площадь исходного квадрата равна $(a + b)^2$, т. к. его сторона равна $(a + b)$. Приравняем эту площадь $(a + b)^2$ сумме площадей двух малых квадратов (a^2 и b^2) и прямоугольников $a \cdot b$. Имеем: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$.

б) Квадрат, изображенный на рисунке, состоит из двух квадратов, площади которых равны $(a - b)^2$ и b^2, и двух прямоугольников, площади которых равны $b\,(a - b)$. С другой стороны, площадь исходного квадрата равна a^2, т. к. его сторона равна a. Приравняем эту площадь a^2 сумме площадей двух малых квадратов ($(a - b)^2$ и b^2) и прямоугольников ($b\,(a - b)$). Имеем: $a^2 = (a - b)^2 + b^2 + b\,(a - b) + b\,(a - b) =$
$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 + ab - b^2 + ab - b^2 = a^2$.

862. а) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата суммы. Получаем: $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

б) Преобразуем данное выражение, воспользовавшись формулой квадрата разности. Имеем: $(7y - 6)^2 = (7y)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7y + 6^2 = 49y^2 - 84y + 36$.

в) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата суммы (см. № 859). Имеем: $(10 + 8k)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 8k + (8k)^2 = 100 + 160k + 64k^2$.

г) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности (см. № 859). Получаем: $(5y - 4x)^2 = (5y)^2 - 2 \cdot 5y \cdot 4x + (4x)^2 = 25y^2 - 40xy + 16x^2$.

д) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата суммы. Имеем: $\left(5a + \frac{1}{5}b\right)^2 = (5a)^2 + 2 \cdot \frac{1}{5}b \cdot 5a + \left(\frac{1}{5}b\right)^2 = 25a^2 + 2ab + b^2$.

е) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности. Получаем: $\left(\frac{1}{4}m - 2n\right)^2 = \left(\frac{1}{4}m\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}m \cdot 2n + (2n)^2 = m^2 - mn + 4n^2$.

ж) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности. Получаем: $(0{,}3x - 0{,}5a)^2 = (0{,}3x)^2 + 2 \cdot 0{,}3x \cdot 0{,}5a + (0{,}5a)^2 = 0{,}09x^2 - 0{,}3ax + 0{,}25a^2$.

з) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата суммы. Имеем: $(10c + 0{,}1y)^2 = (10c)^2 + 2 \cdot 10c \cdot 0{,}1y + (0{,}1y)^2 = 100c^2 + 2cy + 0{,}01y^2$.

866. а) Преобразуем обе части данного равенства. Сначала преобразуем левую часть по формуле квадрата разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Аналогично правая часть равна: $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Правая и левая части одинаковы, следовательно, данное равенство является тождеством при всех a и b.

в) Для наиболее удобного вычисления представим число 61 как 60 + 1. По формуле квадрата суммы чисел имеем: $(60 + 1)^2 = 60^2 + 2 \cdot 1 \cdot 60 + 1^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$.

872. б) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата суммы:

$$\left(\frac{1}{2}x^3 + 6x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x^3\right)^2 + 2 \cdot 6x \cdot \frac{1}{2}x^3 + (6x)^2 = \frac{1}{4}x^6 + 6x^4 + 36x^2 .$$

875. б) Раскрываем скобки, пользуясь формулой квадрата суммы. Затем приводим подобные члены. Имеем: $(2a + 6b)^2 - 24ab = 4a^2 + 24ab + 36b^2 - 24ab = 4a^2 + 36b^2$.

877. д) Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(a + 3)(5 - a) - (a - 1)^2 = 5a + 15 - a^2 - 3a - (a^2 - 2a + 1) = 2a + 15 - a^2 - a^2 + 2a - 1 = -2a^2 + 4a + 14$.

е) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(5 + 2y)(y - 3) - (5 - 2y)^2 = 5y + 2y^2 - 15 - 6y - (25 - 20y + 4y^2) = 5y + 2y^2 - 15 - 6y - 25 + 20y - 4y^2 = -2y^2 + 19y - 40$.

878. а) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(x - 10)^2 - x(x + 80) = x^2 - 20x + 100 - x^2 - 80x = (x^2 - x^2) + (-20x - 80x) + 100 = -100x + 100$.

В полученное выражение подставим заданное значение переменной x. Найдем: $-100x + 100 = -100 \cdot 0{,}97 + 100 = -97 + 100 = 3$.

б) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(2x + 9)^2 - x(4x + 31) = 4x^2 + 36x + 81 - 4x^2 - 31x = (4x^2 - 4x^2) + (36x - 31x) + 81 = 5x + 81$. Подставим в полученное выражение значение $x = -16{,}2$. Определим: $5x + 81 = 5 \cdot (-16{,}2) + 81 = -81 + 81 = 0$.

в) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(2x + 0{,}5)^2 - (2x - 0{,}5)^2 = 4x^2 + 2x + 0{,}25 - (4x^2 - 2x + 0{,}25) = 4x^2 + 2x + 0{,}25 - 4x^2 + 2x - 0{,}25 = (4x^2 - 4x^2) + (2x + 2x) + (0{,}25 - 0{,}25) = 4x$. Подставим значение переменной x. Имеем: $4x = 4 \cdot (-3{,}5) = -14$.

г) Раскроем скобки в этом выражении и приведем подобные члены. Имеем: $(0{,}1x - 8)^2 + (0{,}1x + 8)^2 = 0{,}01x^2 - 1{,}6x + 64 + 0{,}01x^2 + 1{,}6x + 64 = (0{,}01x^2 + 0{,}01x^2) + (1{,}6x - 1{,}6x) + (64 + 64) = 0{,}02x^2 + 128$. Подставим в

полученное выражение значение $x = -10$. Получаем: $0{,}02x^2 + 128 =$
$= 0{,}02 \cdot (-10)^2 + 128 = 2 + 128 = 130$.

879. **а)** Раскроем скобки в левой части уравнения и приведем подобные члены: Имеем: $x^2 - 12x + 36 - x^2 - 8x = 2$; $(x^2 - x^2) + (-12x - 8x) = 2 - 36$;

$-20x = -34$, откуда $x = \dfrac{-34}{-20} = \dfrac{17}{10} = 1\dfrac{7}{10} = 1{,}7$.

б) Раскроем скобки в левой части уравнения и приведем в данном уравнении подобные члены. Получаем: $9x^2 + 54x - (9x^2 + 6x + 1) =$
$= 1$ или $9x^2 + 54x - 9x^2 - 6x - 1 = 1$ или $(9x^2 - 9x^2) + (54x - 6x) = 1 + 1$

или $48x = 2$ или $x = \dfrac{2}{48} = \dfrac{1}{24}$.

в) Раскроем скобки в левой части уравнения. Затем приведем подобные члены. Имеем: $y^2 - y - (y^2 - 10y + 25) = 2$; $y^2 - y - y^2 + 10y - 25 = 2$;

$(y^2 - y^2) + (-y + 10y) = 25 + 2$; $9y = 27$, откуда $y = \dfrac{27}{3} = 3$.

г) Раскроем скобки в левой части уравнения и приведем подобные члены: $32y - 16y^2 + 16y^2 - 40y + 25 = 0$; $(16y^2 - 16y^2) + (32y - 40y) = -25$;

$-8y = -25$, откуда $y = \dfrac{-25}{-8} = 3{,}125$.

880. **а)** В левой части уравнения раскроем скобки. Затем в этом уравнении приведем подобные члены. Получаем: $x^2 - 10x + 25 - x^2 = 3$; $(x^2 - x^2) -$

$- 10x = 3 - 25$; $-10x = -22$, откуда $x = \dfrac{-22}{-10} = 2{,}2$.

б) В данном уравнении возведем в квадрат сумму $2y + 1$ и приведем подобные члены. Получаем: $(2y + 1)^2 - 4y^2 = 5$; $4y^2 + 4y + 1 - 4y^2 = 5$; $4y + 1 = 5$; $4y = 5 - 1$; $4y = 4$; $y = 1$.

893. **в)** Первое слагаемое представляет собой квадрат числа a, третье слагаемое – квадрат числа 6. Так как второе слагаемое равно удвоенному произведению a и 6, то данный трехчлен можно представить в виде квадрата суммы чисел a и 6.
Получаем: $a^2 + 12a + 36 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 6 + 6^2 = (a + 6)^2$.
д) Первое слагаемое (1) представляет собой квадрат единицы, третье – квадрат переменной z. Второе слагаемое равно удвоенному произведению 1 и z. Следовательно, данное выражение можно представить в виде квадрата разности чисел 1 и z: $1 - 2z + z^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot z + z^2 = (1 - z)^2$.

898. **а)** Второе слагаемое представляет собой удвоенное произведение b на искомый одночлен (которым требуется заменить *): $20b = 2 \cdot b \cdot 10$. Следовательно, третье слагаемое представляет собой квадрат числа 10, т. е. 100. Проверим это. Действительно: $b^2 + 20b + 100 = (b + 10)^2$.
б) Второе слагаемое представляет собой удвоенное произведение чис-

ла 7 на искомый одночлен: $14b = 2 \cdot b \cdot 7$. Следовательно, первое слагаемое представляет собой b^2. Проверим это. Действительно: $b^2 + 14b + 49 = (b + 7)^2$.

в) Второе слагаемое представляет собой удвоенное произведение $4x$ и искомого одночлена: $24xy = 2 \cdot 4x \cdot 3y$. Следовательно, третье слагаемое представляет собой квадрат числа $3y$, т. е. $9y^2$. Проверим это. Действительно: $16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$.

г) Второе слагаемое представляет собой удвоенное произведение $7q$ и искомого одночлена: $42pq = 2 \cdot 3p \cdot 7q$. Значит, первое слагаемое представляет собой квадрат числа $3p$, т. е. $9p^2$. Проверим это. Действительно: $9p^2 - 42pq + 49q^2 = (3p - 7q)^2$.

899. **а)** Преобразуем данное выражение, вынеся за скобки знак «минус». Имеем: $-1 + 4a - 4a^2 = -(1 - 4a + 4a^2)$. Тогда по формуле квадрата разности имеем: $-(1 - 4a + 4a^2) = -(1 - 2a)^2$.

б) Запишем данное выражение в таком виде: $9a^2 - 42a + 4 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 7 + 7^2$. Отсюда по формуле квадрата разности имеем: $9a^2 - 42a + 49 = (3a - 7)^2$.

в) Вынесем в данном выражении за скобки знак «минус». Имеем: $24ab - 16a^2 - 9b^2 = -16a^2 + 24ab - 9b^2 = -(16a^2 - 24ab + 9b^2) = -((4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 3b + (3b)^2)$. По формуле квадрата разности имеем: $-(16a^2 - 24ab + 9b^2) = -(4a - 3b)^2$.

г) Запишем данное выражение в следующем виде: $-44ax + 121a^2 + 4x^2 = 121a^2 - 44ax - 4x^2 = (11a)^2 - 2 \cdot 11a \cdot 2x + (2x)^2$. По формуле квадрата разности получаем: $(11a)^2 - 2 \cdot 11a \cdot 2x + (2x)^2 = (11a - 2x)^2$.

д) Преобразуем данное выражение. Вынесем в исходном выражении за скобки знак «минус». Имеем: $4cd - 25c^2 - 0{,}16d^2 = -(-4cd + 25c^2 + 0{,}16d^2) = -(25c^2 - 4cd + 0{,}16d^2) = -((5c)^2 - 2 \cdot 5c \cdot 0{,}4d + (0{,}4d)^2)$. Воспользовавшись формулой квадрата разности, получаем: $-((5c)^2 - 2 \cdot 5c \cdot 0{,}4d + (0{,}4d)^2) = -(5c - 0{,}4d)^2$.

е) Преобразуем данное выражение. Получаем: $-0{,}49x^2 - 1{,}4xy - y^2 = -(0{,}49x^2 + 1{,}4xy + y^2)$. Воспользуемся формулой квадрата суммы. Получаем: $-(0{,}49x^2 + 1{,}4xy + y^2) = -[(0{,}7x)^2 + 2 \cdot 0{,}7x \cdot y + y^2] = -(0{,}7x + y)^2$.

900. **а)** Сначала преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности. Получаем: $y^2 - 2y + 1 = (y - 1)^2$. Теперь в полученное выражение подставим заданные значения переменной y. При $y = 101$ значение исходного выражения равно: $(y - 1)^2 = (101 - 1)^2 = 100^2 = 10\,000$;
при $y = -11$: $(y - 1)^2 = (-11 - 1)^2 = (-(11 + 1))^2 = (11 + 1)^2 = 12^2 = 144$;
при $y = 0{,}6$: $(y - 1)^2 = (0{,}6 - 1)^2 = (-0{,}4)^2 = 0{,}4^2 = 0{,}16$.

901. **а)** Выражение $(x^2 + 10)$ принимает положительное значение при любых значениях переменной x (число 10 положительно, и квадрат переменной x – величина неотрицательная). Значит, неравенство $x^2 + 10 > 0$

верно при любых значениях x.

б) Преобразуем выражение $(x^2 + 20x + 100)$ по формуле квадрата суммы. Имеем: $x^2 + 20x + 100 = x^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 + 10^2 = (x + 10)^2$. Данное выражение неотрицательно при любых значениях переменной x. Значит: $x^2 + 20x + 100 \geq 0$ верно при любых значениях x, а при $x \neq -10$ верно и неравенство $x^2 + 20x + 100 > 0$. Таким образом, выражение $x^2 + 20x + 100 > 0$ при любых значениях x не верно.

902. а) Преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности. Получаем: $x^2 - 30x + 225 = x^2 - 2 \cdot 15 \cdot x + 15x^2 = (x - 15)^2$. Данное выражение неотрицательно при любых значениях переменной x. Следовательно: $(x - 15)^2 \geq 0$.

б) В данном выражении вынесем за скобки знак «минус». Имеем: $-x^2 + 2xy - y^2 = -(x^2 - 2xy + y^2)$. Преобразуем данное выражение по формуле квадрата разности. Получаем: $-(x^2 - 2xy + y^2) = -(x - y)^2$. Выражение $(x - y)^2$ всегда неотрицательное. Значит выражение $-(x - y)^2$ будет всегда принимать неположительные значения. Итак: $-x^2 + 2xy - y^2 \leq 0$.

904. а) Первое слагаемое представляет собой квадрат одночлена

$\frac{x}{2}:\frac{1}{4}x^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2$. Третье слагаемое представляет собой 3^2. Второе

слагаемое представляет собой удвоенное произведение $\frac{x}{2}$ и числа 3:

$3x = 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 3$. Преобразуем выражение $\left(\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9\right)$ по формуле

квадрата суммы. Получаем: $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 3 + 3^2 = \left(\frac{x}{2} + 3\right)^2$.

б) Аналогично преобразуем данное выражение: $25a^2 - 30ab + 9b^2 = (5a)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 3b + (3b)^2 = (5a - 3b)^2$.

в) Первое слагаемое – квадрат переменной p, а третье – квадрат числа 2. Тогда второе слагаемое должно быть равно их удвоенному произведению, т. е. $2 \cdot p \cdot 2 = 4p$. Но оно равно $2p$. Следовательно, данное выражение нельзя представить в виде квадрата двучлена.

г) Аналогично а) преобразуем данное выражение: $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2 =$

$= \left(\frac{1}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}x \cdot \frac{1}{5}y + \left(\frac{1}{5}y\right)^2 = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y\right)^2$.

д) Преобразуем данное выражение. Имеем: $100b^2 + 9c^2 - 60bc = 100b^2 - 60bc + 9c^2 = (10b)^2 - 2 \cdot 10b \cdot 3c + (3c)^2 = (10b - 3c)^2$.

е) Первое слагаемое представляет собой квадрат одночлена $7x$: $49x^2 = (7x)^2$, а третье слагаемое – квадрат одночлена $8y$: $64y^2 = (8y)^2$. Тогда второе слагаемое должно быть равно $2 \cdot 7x \cdot 8y = 112xy$. Но оно равно $12xy$. Значит, данное выражение представить в виде квадрата двучлена невозможно.

ж) Представим это выражение в таком виде: $81y^2 - 16z^2 - 72yz = 81y^2 - 72yz - 16z^2$. Перед третьим слагаемым стоит знак «минус». Значит, данное выражение нельзя представить в виде квадрата двучлена.

з) Аналогично **а)** преобразуем данное выражение. Имеем:

$$\frac{1}{16}a^2 - ab + 4b^2 = \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{4}a\cdot 2b + (2b)^2 = \left(\frac{1}{4}a - 2b\right)^2.$$

905. а) Первое слагаемое (x^4) представляет собой квадрат выражения x^2, третье слагаемое – квадрат выражения $4y^2$, т. е. $x^4 = (x^2)^2$, $16y^4 = (4y^2)^2$. Второе слагаемое равно удвоенному произведению выражений x^2 и $4y^2$: $8x^2y^2 = 2 \cdot x^2 \cdot 4y^2$. Получаем: $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4 = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4y^2 + (4y^2)^2 = (x^2 - 4y^2)^2$, т.е. квадрат разности выражения x^2 и $4y^2$.

§13. Разность квадратов. Сумма и разность кубов

912. а) Так как произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений, получаем: $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$.

з) Поменяем местами слагаемые в первых скобках: $(7 + 3y)(3y - 7) = (3y + 7)(3y - 7)$. Умножим сумму $3y + 7$ на разность $3y - 7$. Имеем: $(3y + 7)(3y - 7) = 9y^2 - 49$ (см. 912. а)).

915. д) Аналогично 912 а) получаем: $(10p^2 - 0{,}3q^2) \cdot (10p^2 + 0{,}3q^2) = (10p^2)^2 - (0{,}3q^2)^2 = 100p^4 - 0{,}09q^4$.

916. б) Так как произведение суммы и разности двух многочленов равно разности их квадратов, то искомый одночлен (тот, который требуется вписать вместо *) в квадрате должен быть равен $16y^2$. Получаем: $(4y)^2 = 16y^2$. Значит, искомый одночлен $4y$.

918. а) Для того, чтобы выполнить вычисления, сначала преобразуем данное выражение. При умножении разности двух чисел на их сумму получаем разность квадратов этих чисел: $(100 - 1) \cdot (100 + 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9\,999$.

919. а) Для того, чтобы произвести вычисления, преобразуем данное произведение. Представим число 52 в виде $(50 + 2)$, а число 48 в виде $(50 - 2)$. При умножении получаем: $52 \cdot 48 = (50 + 2) \cdot (50 - 2) = 50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 2496$.

в) Перед тем, как произвести вычисления, преобразуем исходное произведение. Представим число 6,01 как $(6 + 0{,}01)$, а число 5,99 в виде $(6 - 0{,}01)$. Их произведение равно: $(6 + 0{,}01) \cdot (6 - 0{,}01) = 6^2 - 0{,}01^2 = 36 - 0{,}0001 = 35{,}9999$.

922. г) Запишем данное выражение в таком виде: $(-7ab - 0{,}2)(0{,}2 - 7ab) = (-7ab - 0{,}2)(-7ab + 0{,}2)$. Произведение суммы и разности двух многочленов равно разности их квадратов. Получаем:
$(-7ab - 0{,}2)(-7ab + 0{,}2) = (-7ab)^2 - 0{,}2^2 = 49a^2b^2 - 0{,}04$.

923. д) Перемножим сначала первые две скобки: $(0{,}5x - 7)(7 + 0{,}5x) = (0{,}5x - 7)(0{,}5x + 7) = (0{,}5x)^2 - 7^2 = 0{,}25x^2 - 49$. Полученный многочлен умножим на $(-4x)$: $(0{,}25x^2 - 49)(-4x) = 0{,}25x^2 \cdot (-4x) - 49 \cdot (-4x) = -x^3 + 196x$.

927. б) Сначала перемножим многочлены $(2a + b)$ и $(2a - b)$. Затем полученный многочлен умножим на $(4a^2 + b^2)$. Получаем:
$(2a + b)(4a^2 + b^2)(2a - b) = (2a + b)(2a - b)(4a^2 + b^2) = [(2a)^2 - b^2] \cdot (4a^2 + b^2) = (4a^2 - b^2)(4a^2 + b^2)$. Так как произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений, имеем: $(4a^2 - b^2)(4a^2 + b^2) = (4a^2)^2 - (b^2)^2 = 16a^4 - b^4$.

929. б) Перемножим многочлены $(3 - m)$ и $(3 + m)$, затем умножим m на $(m - 4)$ (почленно перемножив одночлен m на каждый член многочлена $(m - 4)$ и вычтем полученные произведения). Потом сложим эти произведения.
$m(m - 4) + (3 - m)(3 + m) = (m^2 - 4m) + (9 - m^2) = m^2 - 4m + 9 - m^2 = (m^2 - m^2) - 4m + 9 = 0 - 4m + 9 = -4m + 9$.

931. г) Вынесем у данных двух слагаемых за скобки общий множитель $(2x - 7y)$. Имеем: $(2x - 7y)(2x + 7y) + (2x - 7y) \cdot (7y - 2x) = (2x - 7y) \cdot [(2x + 7y) + (7y - 2x)] = (2x - 7y) \cdot (2x + 7y + 7y - 2x) = (2x - 7y) \cdot 14y$. Почленно перемножив одночлен $14y$ на каждый член многочлена $(2x - 7y)$, получаем: $(2x - 7y) \cdot 14y = 2x \cdot 14y - 7y \cdot 14y = 28xy - 98y^2$.

932. а) Раскроем в данном уравнении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $8m(1 + 2m) - (4m + 3)(4m - 3) = 2m$; $8m + 16m^2 - [(4m)^2 - 3^2] = 2m$; $8m + 16m^2 - (16m^2 - 9) = 2m$; $8m + 16m^2 - 16m^2 + 9 = 2m$;

$8m + 9 = 2m$; $8m - 2m = -9$; $6m = -9$, откуда $m = -\dfrac{9}{6} = -1{,}5$.

б) Раскроем скобки в левой и правой частях этого уравнения. Затем приведем подобные члены. Имеем: $x - 3x \cdot (1 - 12x) = 11 - (5 - 6x)(6x + 5)$; $x - 3x + 36x^2 = 11 - (5 - 6x)(5 + 6x)$; $x - 3x + 36x^2 = 11 - [5^2 - (6x)^2]$; $x - 3x + 36x^2 = 11 - (25 - 36x^2)$; $x - 3x + 36x^2 = 11 - 25 + 36x^2$; $x - 3x + 36x^2 - 36x^2 = 11 - 25$; $-2x = -14$, откуда $x = \dfrac{-14}{-2} = 7$.

933. а) Раскроем скобки в левой части данного уравнения (в первом случае это произведение суммы и разности двух выражений, во втором случае это произведение одночлена и многочлена). Затем приведем подобные члены. Получаем: $(6x - 1) \cdot (6x + 1) - 4x(9x + 2) = -1$; $[(6x)^2 - 1^2] - 36x^2 - 8x = -1$; $36x^2 - 1 - 36x^2 - 8x = -1$; $(36x^2 - 36x^2) - 8x = -1 + 1$;

$-8x = 0$, откуда находим $x = 0$.

б) Раскроем скобки в левой и правой частях данного уравнения (в левой части умножим a на каждый член многочлена $(8 - 9a)$ и вычтем полученные произведения; в правой части умножим сумму двух многочленов на их разность). Имеем: $(8 - 9a)\,a = -40 + (6 - 3a)(6 + 3a)$; $8a - 9a^2 = -40 + 6^2 - (3a)^2$; $8a - 9a^2 = -40 + 36 - 9a^2$. Приведем в данном уравнении подобные члены. Получаем: $8a = -40 + 36$; $8a = -4$; $a = -\dfrac{4}{8} = -0{,}5$.

939. б) Так как разность квадратов двух выражений равна произведению разности этих выражений и их суммы, получаем: $c^2 - z^2 = (c - z)(c + z)$. Данный многочлен $(c^2 - z^2)$ разложен на произведение двух многочленов $(c - z)$ и $(c + z)$.

л) Представим дробь $\dfrac{9}{16}$ как $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$. По формуле разности квадратов имеем: $\dfrac{9}{16} - n^2 = \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 - n^2 = \left(\dfrac{3}{4} - n\right)\left(\dfrac{3}{4} + n\right)$. Многочлен представлен в виде произведения двух многочленов.

940. г) Представим число 64 как 8^2, а $25x^2$ как $(5x)^2$. Разность квадратов двух выражений равна произведению разности этих выражений и их суммы. Получаем: $64 - 25x^2 = 8^2 - (5x)^2 = (8 - 5x)(8 + 5x)$. Данный многочлен $64 - 25x^2$ разложен на произведение двух многочленов $(8 - 5x)$ и $(8 + 5x)$.

м) Представим $16c^2d^2$ как $4^2c^2d^2$ или $(4cd)^2$, а $9a^2$ как 3^2a^2 или $(3a)^2$. По формуле разности квадратов двух выражений получаем (см. 940 г): $16c^2d^2 - 9a^2 = (4cd)^2 - (3a)^2 = (4cd - 3a)(4cd + 3a)$.

943. в) Перед вычислением значения этой дроби ее надо упростить. Числитель и знаменатель данной дроби представляют собой разности квадратов чисел. По формуле разности квадратов чисел разложим числитель и знаменатель этой дроби. Получаем: $\dfrac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2} = \dfrac{(53-27)(53+27)}{(79-51)(79+51)} =$

$= \dfrac{26 \cdot 80}{28 \cdot 130} = \dfrac{80}{28 \cdot 5} = \dfrac{80}{140} = \dfrac{4}{7}$. При этом мы сократили дробь.

944. г) Перед вычислением значения данного выражения его надо упростить. Разложим данное выражение по формуле разности квадратов (разность квадратов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и их разности): $0{,}783^2 - 0{,}217^2 = (0{,}783 - 0{,}217) \cdot (0{,}783 + 0{,}217) = 0{,}566 \cdot 1 = 0{,}566$.

952. а) Представим число 36 как 6^2. Так как выражение $(2b-5)^2$ представляет собой квадрат выражения $(2b-5)$, то по формуле разности квадратов имеем: $(2b-5)^2-36=(2b-5)^2-6^2=(2b-5-6)(2b-5+6)=$ $=(2b-11)(2b+1)$. Данное выражение разложено на произведение двух многочленов $(2b-11)$ и $(2b+1)$.

955. Упростим исходное выражение. Разность квадратов двух выражений равна произведению суммы этих выражений на их разность. Получаем: $(n+7)^2-n^2=(n+7-n)(n+7+n)$. Приводим в скобках подобные члены. Имеем: $(n+7-n)(n+7+n)=7(2n+7)$. Данное выражение при любом натуральном n делится на 7, ч.т.д.

956. Пусть меньшая сторона прямоугольника будет равна x см. Тогда его большая сторона будет равна $(x+5)$ см. Поэтому сторона меньшего квадрата равна x см, а его площадь x^2 см^2. Сторона большего квадрата равна $(x+5)$ см. Значит, его площадь равна $(x+5)^2$ см^2. Известно, что площадь одного квадрата на 95 см^2 больше площади другого. Отсюда получаем уравнение: $(x+5)^2-95=x^2$. Решим это уравнение. Имеем:

$x^2+10x+25-95=x^2$; $x^2-x^2+10x=95-25$; $10x=70$, откуда $x=\dfrac{70}{10}=$

$=7$ (см). Тогда вторая сторона прямоугольника равна $x+5=7+5=$ $=12$ (см). Теперь найдем периметр этого прямоугольника. Он равен: $p=2x+2(x+5)=2x+2x+10=4x+10=4\cdot7+10=38$ (см).

958. а) Воспользуемся формулой квадрата разности двух выражений. Имеем: $0{,}25x^2-0{,}6xy+0{,}36y^2=(0{,}5x)^2-2\cdot0{,}5x\cdot0{,}6y+(0{,}6y)^2=(0{,}5x-0{,}6y)^2$.

б) В данном выражении вынесем за скобки знак «минус». Затем разложим выражение по формуле квадрата разности. Получаем: a^2+ $+0{,}6a-0{,}09=-(a^2-0{,}6a+0{,}09)=-(a^2-2\cdot0{,}3\cdot a+0{,}3^2)=-(a-0{,}3)^2$.

в) Воспользуемся формулой квадрата суммы. Получаем:

$$\frac{9}{16}a^4+a^3+\frac{4}{9}a^2=\left(\frac{3}{4}a^2\right)^2+2\cdot\frac{3}{4}a^2\cdot\frac{2}{3}a+\left(\frac{2}{3}a\right)^2=\left(\frac{4}{3}a^2+\frac{2}{3}a\right)^2.$$

г) Сначала в данном выражении вынесем за скобки знак «минус». Затем преобразуем его по формуле суммы. Получаем: $-16m^2-24mn-9n^2=$ $=-(16m^2+24mn+9n^2)=-[(4m)^2+2\cdot4m\cdot3n+(3n)^2]=-(4m+3n)^2$.

960. Пусть x ч. – время до отправления поезда. Если турист будет идти к железнодорожной станции со скоростью 4 км/ч, то он потратит на свой путь $(x+0{,}5)$ ч. и пройдет за это время расстояние $4(x+0{,}5)$ км. Если же турист будет идти со скоростью 5 км/ч, то время, которое он потратит на дорогу будет равно $(x-0{,}1)$ ч. За это время он пройдет расстояние $4(x+0{,}5)$ км. Так как, по условию, расстояние до станции одно и то же, составим уравнение: $4(x+0{,}5)=5(x-0{,}1)$. Решим полученное уравнение. Получаем: $4x+2=5x-0{,}5$; $5x-4x=2+0{,}5$; $x=2{,}5$ (ч). Подставим полученное значение переменной x в выражение $4(x+0{,}5)$

и найдем расстояние, которое должен был пройти турист. Имеем: $4(x + 0{,}5) = 4 \cdot (2{,}5 + 0{,}5) = 4 \cdot 3 = 12$ (км).

962. **а)** Применяя формулу разности кубов, получаем: $c^3 - d^3 = (c - d)(c^2 + cd + d^2)$ (разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и неполного квадрата их суммы).

г) Число 125 представляет собой куб числа 5: $125 = 5^3$. По формуле для суммы кубов чисел имеем: $125 + a^3 = 5^3 + a^3 = (5 + a)(25 - 5a + a^2)$ (сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности).

964. **е)** Дробь $\frac{1}{8}$ представляет собой $\left(\frac{1}{2}\right)^3$. Значит, $\frac{1}{8}a^3 = \left(\frac{1}{2}a\right)^3 = \left(\frac{a}{2}\right)^3$.

Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности. Таким образом, получаем:

$$\frac{1}{8}a^3 + b^3 = \left(\frac{a}{2}\right)^3 + b^3 = \left(\frac{a}{2} + b\right)\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a}{2} \cdot b + b^2\right] = \left(\frac{a}{2} + b\right)\left(\frac{a^2}{4} - \frac{ab}{2} + b^2\right).$$

970. **а)** Сначала преобразуем данное выражение. Разложим по формуле суммы кубов (см. **964 е)**): $38^3 + 37^3 = (38 + 37) \cdot (38^2 - 37 \cdot 38 + 37^2) = 75 \cdot (38^2 - 37 \cdot 38 + 37^2)$. Это число делится на 75 без остатка.

§14. Преобразование целых выражений

976. **е)** Раскроем скобки в данном выражении (оно является целым, т. к. в нем не используется деление на выражение с переменной). Затем приведем подобные члены. Получаем: $(4x - 5y)(3y + x) + (2x - y)(x - 2y) = (4x \cdot 3y - 5y \cdot 3y + 4x \cdot x - 5y \cdot x) + (2x \cdot x - yx - 2y \cdot 2x + 2y \cdot y) = (12xy - 15y^2 + 4x^2 - 5xy) + (2x^2 - yx - 4xy + 2y^2) = 12xy - 15y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x^2 - yx - 4xy + 2y^2 = (-15y^2 + 2y^2) + (4x^2 + 2x^2) + (12xy - 5xy - xy - 4xy) = -13y^2 + 6x^2 + 2xy$.

977. **а)** Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $3(x - 4)(x + 2) + (3x - 1)(5 - x) = 3(x^2 - 4x + 2x - 8) + (15x - 5 - 3x^2 + x) = 3(x^2 - 2x - 8) + 16x - 5 - 3x^2 = 3x^2 - 6x - 24 + 16x - 5 - 3x^2 = (3x^2 - 3x^2) + (-6x + 16x) + (-24 - 5) = 10x - 29$.

б) Раскроем в этом выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(b - 5)(7 - 5b) - 2(b + 2)(b - 6) = (7b - 35 - 5b^2 + 25b) - 2(b^2 + 2b - 6b - 12) = 7b - 35 - 5b^2 + 25b - 2(b^2 - 4b - 12) = 7b - 35 - 5b^2 + 25b - 2b^2 + 8b + 24 = (-5b^2 - 2b^2) + (7b + 25b + 8b) + (-35 + 24) = -7b^2 + 40b - 11$.

в) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(c - 7)(4 + 2c) - 6c(1 - 3c) - (9c - 2)(3 - c) = (4c - 28 + 2c^2 - 14c) - 6c + 18c^2 - (27c - 6 - 9c^2 + 2c) = 4c - 28 + 2c^2 - 14c - 6c + 18c^2 - 27c + 6 + 9c^2 - 2c = (2c^2 + 18c^2 + 9c^2) + (4c - 14c - 6c - 27c - 2c) +$

$+ (-28 + 6) = 29c^2 - 45c - 22$.

г) Раскроем в этом выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $5(a + 3)(5 - a) - (a - 8)(1 - a) - 2a(3a - 6) = 5(5a + 15 - a^2 - 3a) - (a - 8 - a^2 + 8a) - 6a^2 + 12a = 5(2a + 15 - a^2) - a + 8 + a^2 - 8a - 6a^2 + 12a = 10a + 75 - 5a^2 - a + 8 + a^2 - 8a - 6a^2 + 12a = (-5a^2 + a^2 - 6a^2) + (10a - a - 8a + 12a) + (75 + 8) = -10a^2 + 13a + 83$.

д) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Получаем: $4(2a + 1)(5a - 3) - 3(a + 2)(a + 3) = 4(10a^2 + 5a - 6a - 3) - 3(a^2 + 2a + 3a + 6) = 40a^2 + 20a - 24a - 12 - 3a^2 - 6a - 9a - 18 = (40a^2 - 3a^2) + (-4a - 15a) + (-12 - 18) = 37a^2 - 19a - 30$.

е) Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $-2(6 - 3m)(m + 1) + 5(m - 4)(m - 5) = -2(6m - 3m^2 + 6 - 3m) + 5(m^2 - 4m - 5m + 20) = -2(3m - 3m^2 + 6) + 5(m^2 - 9m + 20) = -6m + 6m^2 - 12 + 5m^2 - 45m + 100 = (6m^2 + 5m^2) + (-6m - 45m) + (-12 + 100) = 11m^2 - 51m + 88$.

980. а). Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $a(1 - 2a)^2 - (a^2 - 2)(2 - a) + 4a^3(3a - 1) = a(1 - 4a + 4a^2) - (2a^2 - 4 - a^3 + 2a) + 12a^4 - 4a^3 = a - 4a^2 + 4a^3 - 2a^2 + 4 + a^3 - 2a + 12a^4 - 4a^3 = 12a^4 + (4a^3 + a^3 - 4a^3) + (-4a^2 - 2a^2) + (a - 2a) + 4 = 12a^4 + a^3 - 6a^2 - a + 4$.

б) Раскроем скобки в данном выражении и приведем подобные члены. Получаем: $(x^2 - 3x)^2 - x(5 - x)(x + 5) - 5x(2x^3 - 5) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 - x(5^2 - x^2) - 10x^4 + 25x = x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 25x + x^3 - 10x^4 + 25x = (x^4 - 10x^4) + (-6x^3 + x^3) + 9x^2 + (-25x + 25x) = -9x^4 - 5x^3 + 9x^2$.

981. г) Данное выражение является целым, т. к. в нем не используется деление на выражение с переменной. Преобразуем его. Первое слагаемое представим в виде квадрата первого выражения, плюс удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения. Второе слагаемое представим в виде разности квадратов $6y$ и $5x$. В третьем слагаемом перемножим почленно переменную x с $12y$ и $(-6x)$, а затем сложим полученные выражения. Имеем: $(x + 6y)^2 - (6y + 5x)(6y - 5x) + x(12y - 6x) = (x^2 + 12xy + 36y^2) - (36y^2 - 25x^2) + (12xy - 6x^2) = x^2 + 12xy + 36y^2 - 36y^2 + 25x^2 + 12xy - 6x^2 = (x^2 - 6x^2 + 25x^2) + (36y^2 - 36y^2) + (12xy + 12xy) = 20x^2 + 0 + 24xy = 20x^2 + 24xy$.

984. б) В первом слагаемом выражение $(1 - a^2)$ представим как $(1 - a)(1 + a)$. Теперь можно вынести во всем выражении за скобки общий множитель $(1 + a)$. Затем раскроем скобки и проведем подобные члены. Имеем: $(1 - a)(1 - a^2) + (1 + a)(1 + a^2) - 2a(1 + a)(a - 1) = (1 - a)(1 - a)(1 + a) + (1 + a)(1 + a^2) - 2a(1 + a)(a - 1) = (1 - a)^2(1 + a) + (1 + a)(1 + a^2) - 2a(1 + a)(a - 1) = (1 + a) \cdot [(1 - a)^2 + (1 + a^2) - 2a(a - 1)] = (1 + a) \cdot [(1 - 2a + a^2) + (1 + a^2) + (-2a^2 + 2a)] = (1 + a)(1 - 2a + a^2 + 1 + a^2 - 2a^2 + 2a) = (1 + a) \cdot [(a^2 + a^2 - 2a^2) + (-2a + 2a) + (1 + 1)] = (1 + a)(0 + 0 + 2) = 2(1 + a)$.

990. **з)** Вынесем в данном выражении за скобки общий множитель $4a$. В скобках образовалась разность квадратов двух выражений ($5c$ и 1), которая равна произведению их суммы и разности. Получаем: $100ac^2 - 4a = 4a(25c^2 - 1) = 4a \cdot [(5c)^2 - 1^2] = 4a \cdot (5c - 1)(5c + 1)$. Данное выражение разложено на произведение одночлена $4a$ и двух многочленов $(5c - 1)$ и $(5c + 1)$.

994. **а)** p^4 представим как $(p^2)^2$, а 16 как 4^2. Получаем разность квадратов выражений p^2 и 4^2, которая равна произведению их суммы и разности. Имеем: $p^4 - 16 = (p^2)^2 - 4^2 = (p^2 - 4)(p^2 + 4) = (p - 2)(p + 2)(p^2 + 4)$. Многочлен разложен на произведение трех многочленов $(p - 2)$, $(p + 2)$ и $(p^2 + 4)$.

998. **г)** Вынесем за скобки общий множитель $9a$. В скобках получаем выражение, представляющее собой сумму кубов. Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности. Имеем: $9ax^3 + 9ay^3 = 9a(x^3 + y^3) = 9a(x + y)(x^2 - xy + y^2)$. Многочлен разложен на произведение одночлена $9a$ и двух многочленов $(x + y)$ и $(x^2 - xy + y^2)$.

1002. **б).** Сгруппируем в данном выражении второе, третье и четвертое слагаемые, вынесем знак «минус» за скобки. Выражение $a^2 + 2ab + b^2$ представим в виде $(a + b)^2$ (формула квадрата суммы). Получаем разность квадратов выражений p и $(a + b)$, которая равна произведению суммы и разности этих выражений: $p^2 - a^2 - 2ab - b^2 = p^2 + (-a^2 - 2ab - b^2) = p^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = p^2 - (a + b)^2 = [p - (a + b)] \cdot [p + (a + b)] = (p - a - b)(p + a + b)$. Многочлен разложили на два многочлена.

1004. **а)** Сгруппируем два последних члена данного выражений и разложим выражение $a^2 - b^2$ по формуле разности квадратов: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Далее вынесем $a - b$ за скобки. Имеем: $a - b + a^2 - b^2 = a - b + (a^2 - b^2) = a - b + (a - b)(a + b) = (a - b)[1 + (a + b)] = (a - b)(1 + a + b)$. Многочлен представлен в виде произведения двух многочленов.

1009. Пусть первое нечетное число будет $(2x + 1)$ (формула нечетного числа), тогда второе нечетное число, следующее за данным числом, будет иметь вид $(2x + 3)$. Разность квадратов чисел $(2x + 1)$ и $(2x + 3)$ равна: $(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 = [(2x + 3) - (2x + 1)] \cdot [(2x + 3) + (2x + 1)] = (2x + 3 - 2x - 1)(2x + 3 + 2x + 1) = 2(4x + 4) = 2 \cdot 4(x + 1) = 8(x + 1)$. Это выражение делится на 8, ч.т.д.

1016. **б)** Преобразуем данное выражение. Сгруппируем первые три слагаемых (c^2, $4cd$ и $4d^2$). Их сумму можно представить в виде квадрата суммы чисел c и $2d$: $c^2 + 4cd + 4d^2 + 4 = (c^2 + 4cd + 4d^2) + 4 = (c + 2d)^2 + 4$. После преобразования видно, что значение выражения $(c + 2d)^2 + 4$ всегда число положительное, т. к. величина $(c + 2d)^2$ неотрицательна и число 4 положительно.

1019. Преобразуем данное выражение. Раскроем скобки и приведем в этом выражении подобные члены. Имеем: $(n + 8) \cdot (n - 4) - (n + 3)(n - 2) + 27 = (n^2 + 8n - 4n - 32) - (n^2 + 3n - 2n - 6) + 27 = n^2 + 8n - 4n - 32 - n^2 - 3n + 2n + 6 + 27 = (n^2 - n^2) + (8n - 4n - 3n + 2n) + (-32 + 6 + 27) = 0 + 3n + 1 = 3n + 1$. Из этой записи видно, что значение данного выражения при делении на 3 дает в частном число n и в остатке 1, т. е. не делится на 3.

Дополнительные упражнения к главе V

1032. а) Представим $(a + b)^2$ в виде $(a + b)(a + b)$. Имеем: $((a + b)^2)^2 = ((a + b)(a + b))^2 = (a + b)^2 (a + b)^2$. Далее разложим данное выражение, используя формулу квадрата суммы (квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения, плюс удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения). Затем раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $(a + b)^2 (a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + 2ab + b^2) = a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + 2a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = a^4 + b^4 + (2a^3b + 2a^3b) + (a^2b^2 + 4a^2b^2 + a^2b^2) + (2ab^3 + 2ab^3) = a^4 + b^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3$.

1035. а) В данном выражении первое слагаемое представляет собой квадрат числа a^2: $a^4 = (a^2)^2$, третье слагаемое – квадрат числа 4: $16 = 4^2$, а второе слагаемое представляет собой удвоенное произведение первого и второго членов: $8a^2 = 2 \cdot 4 \cdot a^2$. Следовательно, данный многочлен можно представить в виде квадрата разности выражения $(a^2 - 4)$. Имеем: $a^4 - 8a^2 + 16 = (a^2)^2 - 2 \cdot 4 \cdot a^2 + 4^2 = (a^2 - 4)^2$.

в) Вынесем в данном выражении за скобки знак «минус». Получаем: $10x - x^2 - 25 = -(-10x + x^2 + 25)$. В скобках образовалось выражение, которое можно представить в виде квадрата разности двух величин (число 25 представляет собой квадрат числа 5, а $10x$ – удвоенное произведение первого и второго членов: $10x = 2 \cdot 5 \cdot x$. Имеем: $-(x^2 - 10x + 25) = -(x - 5)^2$.

1043. б) В данном примере содержится произведение разности и суммы двух выражений (это величины $(m + n)$ и 3), которое равно разности квадратов этих выражений.
$(m + n - 3)(m + n + 3) = [(m + n) - 3] \cdot [(m + n) + 3] = (m + n)^2 - 3^2 = (m + n)^2 - 9 = m^2 + 2mn + n^2 - 9$.

1044. г) Для решения данного уравнения преобразуем его левую и правую части. В левой части содержится разность квадратов двух выражений: $(5x - 1)$ и $(1 - 3x)$. Разность квадратов двух этих величин равна произведению их суммы и разности. В правой части исходного уравнения раскроем скобки. Получаем: $[(5x - 1) + (1 - 3x)] \cdot [(5x - 1) - (1 - 3x)] = 16x^2 - 48x$. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(5x - 1 + 1 - 3x)(5x - 1 - 1 + 3x) = 16x^2 - 48x$; $2x(8x - 2) = 16x^2 - 48x$;

$2x \cdot 8x - 2 \cdot 2x = 16x^2 - 48x$; $16x^2 - 4x = 16x^2 - 48x$; $16x^2 - 16x^2 - 4x + 48x = 0$; $44x = 0$. Отсюда находим $x = 0$.

1048. **м)** Преобразуем это выражение. Число 49 представляет собой квадрат числа 7: $49 = 7^2$, а число 9 – это 3^2. Имеем: $49(y-4)^2 - 9(y+2)^2 = 7^2(y-4)^2 - 3^2(y+2)^2 = [7(y-4)]^2 - [3(y+2)]^2$. Разность квадратов двух выражений равна произведению суммы этих величин и их разности. Получаем: $[7(y-4)]^2 - [3(y+2)]^2 = [7(y-4)] - [3(y+2)] \cdot [7(y-4)] + [3(y+2)] = (7y - 28 - 3y - 6)(7y - 28 + 3y + 6) = (4y - 34)(10y - 22)$. Вынесем общие множители за скобки (из каждой из данных скобок вынесем общий множитель 2). В результате получаем: $(4y - 34)(10y - 22) = 2(2y - 17) \cdot 2(5y - 11) = 4(2y - 17)(5y - 11)$.

1049. **в)** Преобразуем данное выражение. Так как разность квадратов выражений равна произведению суммы этих выражений на их разность, можем записать исходное выражение в виде: $(3n+1)^2 - (3n-1)^2 = [(3n+1) - (3n-1)] \cdot [(3n+1) + (3n-1)]$. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $[(3n+1) - (3n-1)] \cdot [(3n+1) + (3n-1)] = (3n + 1 - 3n + 1) \cdot (3n + 1 + 3n - 1) = 2 \cdot 6n = 12n$. После преобразований видно, что данное выражение делится на 12 при любом натуральном n.

1055. **а)** Разложим данное выражение на множители, используя формулу суммы кубов: сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности. Имеем: $(x+1)^3 + x^3 = [(x+1) + x] \cdot [(x+1)^2 - (x+1) \cdot x + x^2]$. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $[(x+1) + x] \cdot [(x+1)^2 - (x+1) \cdot x + x^2] = (x + 1 + x) \cdot [(x^2 + 2x + 1) - (x^2 + x) + x^2] = (x + 1 + x)(x^2 + 2x + 1 - x^2 - x + x^2) = (2x+1)(x^2 + x + 1)$.

1059. Преобразуем данную функцию: раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем: $y = (2x \cdot 3 - 5 \cdot 3 + 2x \cdot 8x - 5 \cdot 8x) - (1 - 2 \cdot 4x + 16x^2)$; $y = (6x - 15 + 16x^2 - 40x) - (1 - 8x + 16x^2)$; $y = 6x - 15 + 16x^2 - 40x - 1 + 8x - 16x^2$; $y = (16x^2 - 16x^2) + (6x - 40x + 8x) + (-15 - 1)$; $y = 0 - 26x - 16$; $y = -26x - 16$. После преобразований видно, что в данной функции переменная x имеет первую степень ($x = x^1$). Следовательно, данная функция является линейной.

Проверим, принадлежит ли графику этой функции точка $A(-1; 10)$. Величина (-1) – координата точки A по оси x, а 10 – координата этой точки по оси y. Подставив в функцию $y = -26x - 16$ данные значения переменных x и y, имеем: $10 = -26 \cdot (-1) - 16$; $10 = 26 - 16$; $10 = 10$. Равенство выполняется, следовательно, точка $A(-1; 10)$ принадлежит графику данной функции.

Аналогично, подставляем в эту функцию значения координат точки $B(0; 16)$. Имеем: $16 = -26 \cdot 0 - 16$, $16 = -16$. Равенство не выполняется. Значит, точка $B(0; 16)$ не принадлежит графику функции $y = -26x - 16$.

1070. **а)** Сначала данное выражение нужно упростить. Произведение первых двух скобок представим в виде суммы кубов чисел. Раскроем вторые скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(y + 5)(y^2 - 5y + 25) - y(y^2 + 3) = (y^3 + 5^3) - y(y^2 + 3)$. Раскроем в данном выражении скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(y^3 + 5^3) - y(y^2 + 3) = y^3 + 125 - y^3 - 3y = -3y + 125$. В полученное выражение подставляем значение $y = -2$, получаем: $-3y + 125 = -3 \cdot (-2) + 125 = 3 \cdot 2 + 125 = 131$.

1088. **а)** Преобразуем данный многочлен. Три первых слагаемых можно представить в виде квадрата разности x и y: $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$. Таким образом, имеем: $x^2 - 2xy + y^2 + a^2 = (x - y)^2 + a^2$. Любое число в квадрате всегда принимает неотрицательные значения, т. е. $(x - y)^2$ и a^2 неотрицательны. Следовательно, при сложении мы получаем неотрицательное число.

е) Преобразуем данное выражение. Представим число 10 как 9 + 1. Далее преобразуем данное выражение следующим образом: $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 10 = x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 + 1 = (x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 6y + 9) = (x + 1)^2 + (y + 3)^2$. Любое выражение в квадрате всегда принимает неотрицательные значения, т. е. $(x + 1)^2$ и $(y + 3)^2$ всегда неотрицательны. Значит, сумма этих величин – неотрицательное число.

Глава VI

Системы линейных уравнений

§15. Линейные равнения с двумя переменными и их системы

1092. а) Напомним, что линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида $ax + by = c$, где x и y – переменные, a, b и c – некоторые числа. В уравнении $3x - y = 17$ числа $a = 3$, $b = -1$, $c = 17$. Следовательно, данное уравнение имеет вид $ax + by = c$. Значит, оно является линейным.

б) Линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида $ax + by = c$, где x и y – переменные, a, b и c – какие-либо числа. Данное уравнение не является линейным, т. к. содержит переменную x^2 (т. е. переменную в квадрате).

1096. Напомним, что в скобках значение переменной x стоит на первом месте, а значение переменной y – на втором. Проверим, какие из данных пар чисел являются решениями уравнения $3x + y = 10$, подставив в каждом случае заданные значения переменных x и y.

1) Подставим пару чисел (3; 1) в данное уравнение: $3 \cdot 3 + 1 = 10$; $10 = 10$, т. е. равенство выполняется. Следовательно, данная пара чисел является решением уравнения.

2) Пара чисел (0; 10): $3 \cdot 0 + 10 = 10$; $10 = 10$, т. е. равенство верно. Значит, числа (0; 10) – решения этого уравнения.

3) Подставим пару чисел (2; 4) в исходное уравнение. Имеем: $3 \cdot 2 + {} + 4 = 10$; $10 = 10$. Равенство выполняется. Следовательно, пара чисел (2; 4) – тоже решения этого уравнения.

4) Аналогично подставляем в данное уравнение пару чисел (3; 2,5): $3 \cdot 3 + 2{,}5 = 10$; $11{,}5 = 10$. Видно, что равенство не выполняется. Значит, пара чисел (3; 2,5) не является решением данного уравнения.

1101. а) Воспользуемся свойствами уравнений. Для начала перенесем слагаемое $6x$ в правую часть данного уравнения, изменив его знак. Имеем: $-y = 12 - 6x$. Затем разделим обе части этого уравнения на (-1). Получаем зависимость переменной y от переменной x: $y = 6x - 12$.

б) Воспользуемся свойствами уравнений. В данном уравнении перенесем слагаемое $7y$ в правую часть уравнения, изменив его знак. Далее разделим обе части этого уравнения на число 10. Получаем:

$10x = 0 - 7y$; $10x = -7y$; $x = \dfrac{-7y}{10}$; $x = -0{,}7y$.

1102. **а)** Перенесем переменную x в правую часть данного уравнения, изменив ее знак. Имеем: $y = 27 - x$. Подставим, например, значения $x = 0$, $x = 1$ и $x = 10$. При $x = 0$ получаем $y = 27 - 0 = 27$; при $x = 1$: $y = 27 - 1 = 26$; при $x = 10$ имеем $y = 27 - 10 = 17$. Таким образом, получили три решения этого уравнения: (0; 27), (1; 26) и (10; 17).

б) Выразим переменную y через x. Имеем: $-y = 4{,}5 - 2x$; $y = 2x - 4{,}5$. Подставим в полученное уравнение три значения x: $x = 5$, $x = 0$ и $x = -3$. Имеем: при $x = 5$ $y = 2 \cdot 5 - 4{,}5 = 5{,}5$; при $x = 0$ найдем $y = 2 \cdot 0 - 4{,}5 = -4{,}5$; при $x = -3$ $y = 2 \cdot (-3) - 4{,}5 = -10{,}5$. Значит, решениями данного уравнения будут являться пары чисел: (5; 5,5), (0, –4,5), (–3; –10,5).

в) Выразим в данном уравнении переменную y через x. Получаем: $2y = 12 - 3x$; $y = = 6 - 1{,}5x$. Подставим в это уравнение значения $x = 0$, $x = 2$ и $x = -10$. При $x = 0$ $y = 6 - 1{,}5 \cdot 0 = 6$; при $x = 2$ $y = 6 - 1{,}5 \cdot 2 = = 6 - 3 = 3$; при $x = -10$ $y = 6 - 1{,}5 \cdot (-10) = 6 + 15 = 21$. Таким образом, решениями данного уравнения являются пары чисел: (0; 6), (2; 3), (–10; 21).

г) Выразим переменную y через x. Получаем: $5y = 2x + 1$, откуда

$y = \frac{2x+1}{5}$. Подставим в данное уравнение три значения переменной

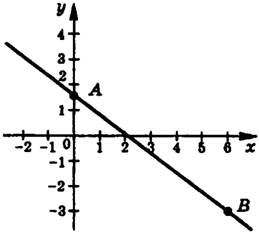
x и найдем соответствующие им значения переменной y. При $x = 0$

$y = \frac{2 \cdot 0 + 1}{5} = \frac{1}{5}$; при $x = 2$ $y = \frac{2 \cdot 2 + 1}{5} = 1$; при $x = 1$ $y = \frac{2 \cdot 1 + 1}{5} = \frac{3}{5}$.

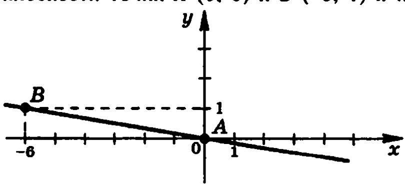
1104. **а)** Воспользовавшись свойствами уравнений, выразим из этого уравнения переменную y через переменную x. Для этого перенесем слагаемое $3x$ в правую часть уравнения, изменив его знак. Затем разделим обе части уравнения на (–1). Получаем: $-y = 10 - 3x$; $y = 3x - 10$. Мы получили зависимость переменной y от переменной x. Пользуясь полученной формулой, можно найти бесконечно много решений данного уравнения. Найдем три решения. Возьмем три произвольных значения x и вычислим соответствующие им значения y. Пусть $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 3$. Тогда переменная y принимает значения: $y_1 = 3x_1 - 10$; $y_1 = 3 \cdot 1 - 10$; $y_1 = -7$; $y_2 = 3x_2 - 10$; $y_2 = 3 \cdot (-2) - 10$; $y_2 = -16$; $y_3 = 3x_3 - 10$; $y_3 = 3 \cdot 3 - 10$; $y_3 = -1$. Т. е. решениями данного уравнения являются следующие пары чисел: (1; –7), (–2; –16) и (3; –1).

1112. **б)** В данном уравнении коэффициенты при переменных отличны от нуля. Значит, его графиком является прямая. Прямая определяется двумя точками. Выразим в данном уравнении переменную y через переменную x. Имеем: $1{,}5x + 2y = 3$; $2y = 3 - 1{,}5x$; $y = \frac{3 - 1{,}5x}{2}$. В полученную зависимость y от x подставим два произвольных значения x: $x_1 = 0$, $x_2 = 6$. Таким значениям переменной x соответствуют значения переменной y: $y_1 = \frac{3 - 1{,}5x_1}{2}$; $y_1 = \frac{3 - 1{,}5 \cdot 0}{2}$; $y_1 = 1{,}5$;

$y_2 = \frac{3 - 1{,}5x_2}{2}$; $y_2 = \frac{3 - 1{,}5 \cdot 6}{2}$; $y_2 = -3$. Отметим на координатной плоскости точки A (0; 1,5) и B (6; −3) и проведем через них прямую. Эта прямая – график функции $1{,}5x + 2y = 3$.

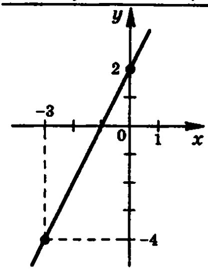


в) В данном уравнении коэффициенты при переменных отличны от нуля. Следовательно, его графиком является прямая. Прямая определяется двумя точками. Выразим в данном уравнении переменную y через x: $6y = -x$, откуда $y = \frac{-x}{6}$. В полученную зависимость подставим два произвольных значения x и найдем соответствующие им значения y. При $x = 0$ $y = 0$; при $x = -6$ $y = 1$. Отметим на координатной плоскости точки A (0; 0) и B (−6; 1) и проведем через них прямую.

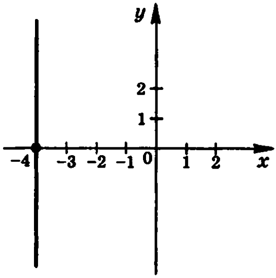


г) В данном уравнении коэффициенты при переменных отличны от нуля. Значит, его графиком является прямая. Выразим y через x. Имеем: $0{,}5y = x + 1$; $y = \frac{x+1}{0{,}5} = 2(x + 1)$. При $x = 0$ $y = 2$; при $x = -3$ $y = -4$.

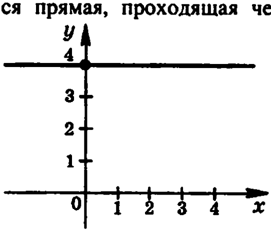
Аналогично 1112 в) строим график данного уравнения.



д) Данное уравнение можно записать в виде $1{,}2x + 0 \cdot y = -4{,}8$. Решениями данного уравнения служат пары чисел, в которых $x = -4$, а y – произвольное число ($1{,}2x = -4{,}8$; $x = \frac{-4{,}8}{x}$; $x = -4$). Значит, графиком данного уравнения является прямая, проходящая через точку (–4; 0) и параллельная оси y.



е) Данное уравнение можно записать в виде $0 \cdot x + 1{,}5y = 6$. Его решениями служат пары чисел, в которых $y = 4$ ($1{,}5y = 6$; $y = \frac{6}{1{,}5}$; $y = 4$), а x – произвольное число. Значит, графиком данного уравнения является прямая, проходящая через точку (0; 4) и параллельная оси y.



1118. **а)** Домножим обе части данного уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 24. Получаем:

$\left(\frac{16-x}{8}-\frac{18-x}{12}\right)\cdot 24=0; \frac{16-x}{8}\cdot 24-\frac{18-x}{12}\cdot 24=0$; $(16-x)\cdot 3-$

$-(18-x)\cdot 2=0$; $48-3x-36+2x=0$; $(-3x+2x)+(48-36)=0$;

$-x+12=0$, откуда $x=12$.

б) Домножим обе части данного уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей (на число 8). Имеем:

$\left(\frac{x-15}{2}-\frac{2x+1}{8}+1\right)\cdot 8=0\cdot 8; \frac{x-15}{2}\cdot 8-\frac{2x+1}{8}\cdot 8+8=0$; $(x-15)\cdot 4-$

$-(2x+1)+8=0$; $4x-60-2x-1+8=0$; $(4x-2x)+(-60-1+8)=0$;

$2x-53=0$; $2x=53$, откуда $x=\frac{53}{2}=26{,}5$.

1119. **а)** Сначала упростим данное выражение. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $a(a-4)-(a+4)^2=a^2-4a-(a^2+8a+16)=$ $=a^2-4a-a^2-8a-16=-12a-16$. Подставим в полученное выражение значение $a=-1\frac{1}{4}$. Получаем: $-12\cdot\left(-1\frac{1}{4}\right)-16=-12\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)-16=15-16=-1$.

б) Упростим данное выражение. раскроем в нем скобки и приведем подобные члены. Имеем: $(2a-5)^2-4(a-1)(3+a)=4a^2-20a+25-$ $-4(3a-3+a^2-a)=4a^2-20a+25-4(2a-3+a^2)=4a^2-20a+25-$ $-8a+12+4a^2=-28a+37$. Теперь в это выражение подставим значение $a=\frac{1}{12}$. Получаем: $-28a+37=-28\cdot\frac{1}{2}+37=-\frac{28}{12}+37=$

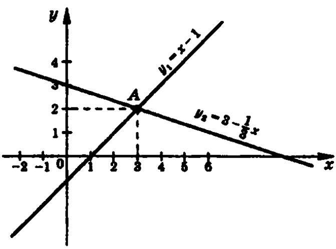
$=\frac{-7+111}{3}=\frac{104}{3}=34\frac{2}{3}$.

1120. **а)** Напомним, что решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. Подставим в каждое из уравнений системы пару чисел $x=3$, $y=1$. Получаем: $\begin{cases}3+1=4\\ 2\cdot 3-1=2\end{cases}$; $\begin{cases}4=4\\ 5=2\end{cases}$. Второе равенство не выполняется. Следовательно, данная пара чисел не является решением системы.

б) Аналогично 1120 а) подставим в каждое уравнение системы заданные значения x и y. Имеем: $\begin{cases}2+2=4\\2\cdot2-2=2\end{cases}$; $\begin{cases}4=4\\2=2\end{cases}$. Оба равенства выполняются. Следовательно, пара чисел $x=2$ и $y=2$ являются решениями данной системы уравнений.

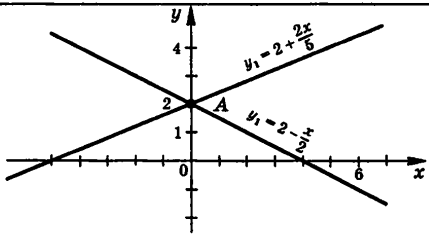
1124. а) Запишем систему в таком виде: $\begin{cases}-y=1-x\\3y=9-x\end{cases}$; $\begin{cases}y=x-1\\y=3-\frac{1}{3}x\end{cases}$. Построим графики функций: $y_1=x-1$ и $y_2=3-\frac{1}{3}x$ (как строить графики, показано в 1112).

Координаты любой точки прямой y_1 являются решением уравнения $x-y=1$, а координаты любой точки прямой y_2 являются решением уравнения $x+3y=9$. Координаты точки пересечения прямых удовлетворяют как первому уравнению, так и второму, т. е. являются решением системы. Графики пересекаются в точке A (3; 2). Значит, данная система уравнений имеет единственное решение: $x=3$, $y=2$, т. е. пара чисел (3; 2).



б) Запишем данную систему уравнений в таком виде:

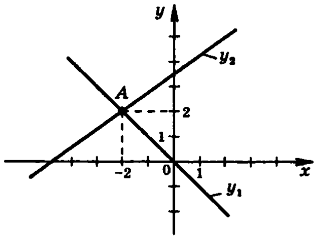
$\begin{cases}2y=4-x\\5y=10+2x\end{cases}$; $\begin{cases}y=\dfrac{4-x}{2}\\y=\dfrac{10+2x}{5}\end{cases}$; $\begin{cases}y=2-\dfrac{x}{2}\\y=2+\dfrac{2x}{5}\end{cases}$. Теперь построим графики функций $y_1=2-$ и $y_2=2+$ (как строить графики, показано в 1112). Аналогично 1124 а) координаты точки A (0; 2) являются решением данной системы уравнений. Значит, данная система уравнений имеет единственное решение: $x=0$, $y=2$, т. е. пара чисел (0; 2).



в) Запишем в следующем виде данную систему уравнений:

$\begin{cases} y = -x \\ 4y = 3x + 14 \end{cases}$; $\begin{cases} y = -x \\ y = \dfrac{3x+14}{4} \end{cases}$. Построим графики функций $y_1 = -x$ и

$y_2 = \dfrac{3x+14}{4}$ и найдем координаты точки их пересечения. Точкой пересечения данных графиков является точка A (–2; 2).



1126. а) Выясним, каково взаимное расположение графиков уравнений данной системы. Для этого выразим из каждого уравнения y через x,

получим: $\begin{cases} 4y = 12 + x \\ 3y = -3 - x \end{cases}$; $\begin{cases} y = 3 + \dfrac{1}{4}x \\ y = -1 - \dfrac{1}{3}x \end{cases}$. Уравнениями $y = 3 + \dfrac{1}{4}x$ и

$y = -1 - \dfrac{1}{3}x$ задаются линейные функции. Угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны ($\dfrac{1}{4}$ и $-\dfrac{1}{3}$). Значит, эти прямые пересекаются, и система имеет единственное решение.

г) Выясним, каково взаимное расположение графиков уравнений данной системы. Для этого выразим из первого уравнения переменную y

через переменную x. Получаем: $\begin{cases}2y=3-x\\ y=-0,5x\end{cases}$; $\begin{cases}y=1,5-0,5x\\ y=-0,5x\end{cases}$. Уравнениями $y = 1,5 - 0,5x$ и $y = 0,5x$ задаются линейные функции. Угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, одинаковы (они равны –0,5), а точки пересечения с осью y различны. Следовательно, прямые, являющиеся графиками данных функций, параллельны. Значит, эта система уравнений решений не имеет.

д) Выясним, каково взаимное расположение графиков уравнений данной системы. Для этого выразим из каждого уравнения переменную y через переменную x и получим: $\begin{cases}-3y=2x-11\\ 6y=22-4x\end{cases}$; $\begin{cases}y=\dfrac{11-2x}{3}\\ y=\dfrac{22-4x}{6}\end{cases}$;

$\begin{cases}y=\dfrac{11}{3}-\dfrac{2}{3}x\\ y=\dfrac{22}{6}-\dfrac{4}{6}x\end{cases}$; $\begin{cases}y=\dfrac{11}{3}-\dfrac{2}{3}x\\ y=\dfrac{11}{3}-\dfrac{2}{3}x\end{cases}$. Очевидно, что графики уравнений совпадают. Это означает, что любая пара чисел (x; y), в которой x – произвольное число, а $y=\dfrac{11}{3}-\dfrac{2}{3}x$, является решением системы. Система имеет бесконечно много решений.

§16. Решение систем линейных уравнений

1138. а) Координаты любой точки прямой, являющейся графиком уравнения $5x - 4y = 16$, являются решением уравнения $5x - 4y = 16$. Аналогично координаты любой точки прямой, являющейся графиком уравнения $x - 2y = 6$ – решение уравнения $x - 2y = 6$. Координаты точки пересечения прямых должны удовлетворять как первому, так и второму уравнению, т. е. являться решением системы этих уравнений.

Получаем систему: $\begin{cases}5x-4y=16\\ x-2y=6\end{cases}$. Решим эту систему уравнений способом подстановки. Выразим из второго уравнения x через y: $x - 2y = 6$; $x = 2y + 6$. Далее подставим в первое уравнение вместо переменной x выражение $x = 2y + 6$. Имеем: $5(2y + 6) - 4y = 16$. Решим полученное уравнение с переменной y. Получаем: $5 \cdot 2y + 5 \cdot 6 - 4y = 16$; $10y + 30$

–

$-4y = 16$; $6y = -14$; $y = -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$. Подставим в уравнение

$x - 2y = 6$ полученное значение переменной y: $y = -\frac{7}{3}$. Имеем:

$x - 2 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = 6$; $x + \frac{14}{3} = 6$; $x = 6 - \frac{14}{3}$; $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. Пара чисел

$\left(1\frac{1}{3}; -2\frac{1}{3}\right)$ является решением данной системы уравнений. То есть

координаты точки пересечения графиков уравнения $\left(1\frac{1}{3}; -2\frac{1}{3}\right)$.

1141. **а)** Решим эту систему уравнений способом подстановки. Сначала упростим каждое из уравнений данной системы уравнений, раскрыв скобки и приведя подобные члены: $\begin{cases} 5y + 8x - 24y = 7x - 12 \\ 9x + 3x - 27y = 11y + 46 \end{cases}$;

$\begin{cases} -19y + 8x = 7x - 12 \\ 12x - 27y = 11y + 46 \end{cases}$; $\begin{cases} 8x - 7x = 19y - 12 \\ 12x = 38y + 46 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 19y - 12 \\ 12x = 38y + 46 \end{cases}$

Подставим значение переменной x ($x = 19y - 12$) во второе уравнение. Имеем: $12(19y - 12) = 38y + 46$. Решим полученное уравнение с переменной y. Имеем: $228y - 144 = 38y + 46$; $228y - 38y = 144 + 46$; $190y = 190$, откуда $y = 1$. Подставим в уравнение $x = 19y - 12$ полученное нами значение $y = 1$. Найдем: $x = 19 \cdot 1 - 12 = 7$. Следовательно, решением этой системы уравнений является пара чисел (7; 1).

1142. **а)** Решим данную систему способом подстановки. Сначала преобразуем каждое из уравнений данной системы. Домножим каждое уравнение на число, равное наименьшему общему кратному знаменателей дробей. Получим: $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{6x}{3} + \frac{6y}{2} = -24 \\ \frac{4x}{2} + \frac{4y}{4} = -8 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ 2x + y = -8 \end{cases}$.

Решим эту систему уравнений. Сначала выразим из второго уравнения переменную y через переменную x и получим: $y = -8 - 2x$. Далее подставляем в первое уравнение вместо переменной y выражение $(-8 - 2x)$. Имеем: $2x - 3(-8 - 2x) = -24$. Решим полученное уравнение с переменной x: $2x - 3(-8 - 2x) = -24$; $2x + 24 + 6x = -24$; $8x + 24 = -24$; $8x = -48$; $x = -6$. Подставим в уравнение $y = -8 - 2x$ полученное значение $x = -6$. Получаем значение переменной $y = -8 - 2 \cdot (-6) = 4$. Решением данной системы уравнений являются пара чисел $(-6; 4)$.

1147. а) Решим данную систему уравнений способом сложения. В уравнениях этой системы коэффициенты при y являются противоположными числами. Сложив почленно левые и правые части уравнений, получим уравнение с одной переменной: $(2x + 11y) + (10x - 11y) = 15 + 9$; $2x + 11y + 10x - 11y = 15 + 9$; $12x = 24$, откуда находим $x = 2$. Подставив в первое уравнение системы вместо x число 2, найдем значение y: $2 \cdot 2 + 11y = 15$; $4 + 11y = 15$; $11y = 11$; $y = 1$. Пара чисел $(2; 1)$ – решение данной системы.

1149. а) Решим систему способом сложения. Почленное сложение уравнений данной системы не приведет к исключению одной из переменных. Поэтому умножим все члены второго уравнения на число (-2), а первое оставим без изменений. Тогда коэффициенты при переменной x в полученных уравнениях будут противоположными числами:

$\begin{cases} 40x + 3y = 10 \\ -40 + 14y = -10 \end{cases}$. Теперь почленное сложение уравнений приводит к уравнению с одной неизвестной: $(40x + 3y) + (-40x + 14y) = 10 - 10$; $40x + 3y - 40x + 14y = 0$; $17y = 0$, откуда $y = 0$. Подставим во второе уравнение значение $y = 0$ и найдем, чему равен x: $20x - 7 \cdot 0 = 5$; $20x = 5$;

$x = \frac{1}{4}$. Значит, решением данной системы является пара чисел $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$.

1151. б) Решим данную систему уравнений способом сложения. Подберем множители к уравнениям системы так, чтобы после умножения на них коэффициенты при переменной u стали противоположными числами. Умножив первое уравнение системы на 0,4, а второе на $(-0{,}5)$,

получим: $\begin{cases} 0{,}2u - 0{,}24v = 0 \\ -0{,}2u - 0{,}85v = -5{,}45 \end{cases}$. Теперь почленно сложим уравнения этой системы: $(0{,}2u - 0{,}24v) + (-0{,}2u - 0{,}85v) = -5{,}45$; $0{,}2u - 0{,}24v - 0{,}2u - 0{,}85v = -5{,}45$; $-1{,}09v = -5{,}45$; $v = \frac{-5{,}45}{-1{,}09} = 5$. Подставим значение $v = 5$ в первое уравнение системы и найдем соответствующее ему значение u: $0,5u - 0,6 \cdot 5 = 0$; $0,5u - 3 = 0$; $0,5u = 3$; $u = \dfrac{3}{0,5}$; $u = 6$. Значит, решением данной системы уравнений является пара чисел $u = 6$, $v = 5$.

1154. Для того, чтобы написать уравнение прямой, нам надо найти k и b. Подставим в уравнение $y = kx + b$ вместо x и y координаты точки A и координаты точки B. Получаем систему уравнений, из которой можно найти k и b: $\begin{cases} 3 = k\cdot(-1)+b \\ -1 = k\cdot 2+b \end{cases}$; $\begin{cases} 3 = -k+b \\ -1 = 2k+b \end{cases}$. Выразим из второго уравнения b через k: $b = -1 - 2k$. Далее подставим в первое уравнение вместо переменной b выражение $(-1 - 2k)$, получаем: $3 = -k + (-1 - 2k)$;

$3 = -k - 1 - 2k$; $3 = -3k - 1$; $4 = -3k$; $k = -\dfrac{4}{3}$; $k = -1\dfrac{1}{3}$. Теперь подставим в первое уравнение значение переменной k и найдем, чему равно b. Получаем: $= -\left(-\dfrac{4}{3}\right) + b$; $b = 3 - \dfrac{4}{3}$; $b = \dfrac{5}{3}$; $b = 1\dfrac{2}{3}$. Подставим значения $k = -1\dfrac{1}{3}$ и $b = 1\dfrac{2}{3}$ в уравнение прямой: $y = -1\dfrac{1}{3}x + 1\dfrac{2}{3}$.

1158. а) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{4}y - 2 = 0 & \Big| \cdot 12 \\ 5x - y = 11 & \Big| \cdot 3 \end{cases}$; $\begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ 15x - 3y = 33 \end{cases}$; $\begin{cases} 19x = 57 \\ y = 5x - 11 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$;

б) $\begin{cases} \dfrac{1}{5}m - \dfrac{1}{6}y = 0 & \Big| \cdot 30 \\ 5m - 4n = 2 & \end{cases}$; $\begin{cases} 6m - 5n = 0 & \Big| \cdot(-4) \\ 5m - 4n = 2 & \Big| \cdot 5 \end{cases}$; $\begin{cases} -24m + 20n = 0 \\ 25m - 20n = 10 \end{cases}$; $\begin{cases} m = 10 \\ 5n = 60 \end{cases}$; $\begin{cases} m = 10 \\ n = 12 \end{cases}$;

в) $\begin{cases} 0,5x + 0,2y = 7 & \Big| \cdot 10 \\ \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{10}y = 0 & \Big| \cdot 30 \end{cases}$; $\begin{cases} 5x + 2y = 70 \\ 10x - 3y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -10x - 4y = -140 \\ 10x - 3y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -7y = -140 \\ 10x = 3y \end{cases}$; $\begin{cases} y = 20 \\ x = 6 \end{cases}$;

г) $\begin{cases} \dfrac{1}{6}u - \dfrac{1}{3}v = -3 & \Big| \cdot 6 \\ 0,2u + 0,1v = 3,9 & \Big| \cdot 10 \end{cases}$; $\begin{cases} u - 2v = -18 \\ 2u + v = 39 \end{cases}$; $\begin{cases} u - 2v = -18 \\ 4u + 2v = 78 \end{cases}$; $\begin{cases} 5u = 60 \\ v = 39 - 2u \end{cases}$; $\begin{cases} u = 12 \\ v = 15 \end{cases}$.

1159. а) $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}-5=0\\ 2x-y=10\end{array}\right.\begin{array}{|l}\cdot 12\\ \cdot(-2)\end{array}$; $\left\{\begin{array}{l}4x+3y=60\\ -4x+2y=-20\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}5x=40\\ 2x=10+y\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}y=8\\ 2x=18\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}y=8\\ x=9\end{array}\right.$;

б) $\left\{\begin{array}{l}2x-7y=4\\ \dfrac{x}{6}-\dfrac{y}{6}=0\end{array}\right.\begin{array}{|l}\\ \cdot(-12)\end{array}$; $\left\{\begin{array}{l}2x-7y=4\\ -2x+2y=0\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}-5y=4\\ x=y\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}y=-0{,}8\\ x=-0{,}8\end{array}\right.$;

в) $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{2x}{3}-\dfrac{y}{2}=0\\ 3(x-1)-9=1-y\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}4x-3y=0\\ 3x-3+y=10\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}4x-3y=0\\ 3x+y=13\,|\cdot 3\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}4x-3y=0\\ 9x+3y=39\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}13x=39\\ 3y=4x\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}x=3\\ y=4\end{array}\right.$;

г) $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{5x}{6}-y=-\dfrac{5}{6}\\ \dfrac{2x}{3}+3y=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.\begin{array}{|l}\cdot 6\\ \cdot 3\end{array}$; $\left\{\begin{array}{l}5x-6y=-5\\ 2x+9y=-2\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}10x-12y=-10\\ -10x-45y=10\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}-57y=0\\ 5x=6y-5\end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l}y=0\\ x=-1\end{array}\right.$.

1168. Примем за x шт. количество легковых автомобилей, а за y шт. – количество грузовых автомобилей. Тогда количество легковых и грузовых автомобилей составляет $(x + y)$ шт. По условию оно составляет 22 шт., поэтому: $x + y = 22$. Известно, что легковых машин было на 8 меньше, чем грузовых, значит: $y - x = 8$. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти такие значения x и y, которые удовлетворяют одновременно первому и второму уравнениям, т. е. решить систему этих двух уравнений: $\left\{\begin{array}{l}x+y=22\\ y-x=8\end{array}\right.$. Решим систему способом сложения. Имеем:

$(x + y) + (y - x) = 22 + 8$; $x + y + y - x = 30$; $2y = 30$; $y = 15$ (шт.).
Переменную x находить не имеет смысла, т. к. в задаче спрашивается о количестве грузовых автомобилей.

173. Пусть скорость автомашины будет x км/ч, а скорость поезда y км/ч. По условию скорость поезда на 5 км/ч больше скорости автомашины. Отсюда получаем первое уравнение: $y - x = 5$. За 4 часа езды на автомашине, скорость которой равна x км/ч, туристы проехали $(4x)$ км, а за 7 часов езды на поезде со скоростью y км/ч туристы проехали $(7y)$ км. Зная, что общий путь составил 640 км, составим второе уравнение: $4x + 7y = 640$. Получаем систему уравнений: $\left\{\begin{array}{l}y-x=5\\ 4y+7y=640\end{array}\right.$.

Выразим из первого уравнения y через x и получим: $y = x + 5$. Подставим во второе уравнение вместо y выражение $(x + 5)$ и найдем из полученного уравнения переменную x: $4x + 7(x + 5) = 640$; $4x + 7x + 35 = 640$; $11x = 640 - 35$; $11x = 605$; $x = 55$. Значит, скорость автомашины равна 55 км/ч. Тогда скорость поезда равна $y = x + 5$; $y = 55 + 5 = 60$ (км/ч).

1174. Примем одно число за x, а второе за y. Если число x увеличить в 3 раза, то получится число $3x$. Если число y увеличить в 4 раза, то получится число $4y$. По условию, сумма чисел $3x$ и $4y$ равна 47. Отсюда получаем уравнение: $3x + 4y = 47$. Найдем второе уравнение: известно, что удвоенное второе число ($2y$) на 1 больше числа x: $2y - x = 1$.

Мы получили систему уравнений: $\begin{cases} 3x + 4y = 47 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$. Из второго уравнения выразим x через y: $2y - x = 1$; $-x = 1 - 2y$; $x = 2y - 1$. Подставим в первое уравнение данной системы вместо x выражение $(2y - 1)$ и получим: $3(2y - 1) + 4y = 47$; $6y - 3 + 4y = 47$; $10y = 50$; $y = 5$. Первое число 5. Найдем другое число (x): $x = 2y - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$.

1179. Пусть собственная скорость теплохода равна x км/ч, а скорость течения y км/ч. Тогда путь, пройденный теплоходом по течению, равен $3(x + y)$ км, а путь, пройденный им против течения, равен $4(x - y)$ км. Зная, что общее расстояние равно 380 км, составим уравнение: $3(x + y) + 4(x - y) = 380$. С другой стороны, за 1 час по течению теплоход пройдет расстояние, равное $1(x + y)$, или $(x + y)$ км, а за 0,5 часа против течения – расстояние $0,5(x - y)$ км. В этом случае общее расстояние, пройденное теплоходом, равно 85 км. Отсюда получаем второе уравнение: $(x + y) + 0,5(x - y) = 85$. Итак, получаем систему уравнений: $\begin{cases} 3(x + y) + 4(x - y) = 380 \\ (x + y)0,5(x - y) = 85 \end{cases}$.

Решим данную систему уравнений способом подстановки. Сначала в этих уравнениях раскроем скобки и приведем подобные слагаемые.

Получаем: $\begin{cases} 3x + 3y + 4x - 4y = 380 \\ x + y + 0,5x - 0,5y = 85 \end{cases}$; $\begin{cases} 7x - y = 380 \\ 1,5x + 0,5 = 85 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения переменную x через y: $7x = 380 + y$; $y = 7x - 380$. Подставим во второе уравнение вместо y выражение $7x - 380$ и получим уравнение с одной неизвестной: $1,5x + 0,5(7x - 380) = 85$; $1,5x + 3,5x - 190 = 85$; $5x = 275$, откуда $x = 55$ (км/ч). Тогда скорость течения равна: $y = 7x - 380 = 7 \cdot 55 - 380 = 5$ (км/ч).

1184. Пусть исходное двузначное число будет $\overline{xy}$. Сумма его цифр равна 10, получаем первое уравнение: $x + y = 10$. Переставив цифры этого числа, получим число $\overline{yx}$, где y – число десятков, а x – число единиц. После этого число единиц увеличивают на единицу $(x + 1)$. Тогда число можно записать $10y + (x + 1)$. Это число вдвое больше исходного числа $10x + y$. Имеем второе уравнение: $2(10x + y) = 10y + (x + 1)$.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2(10x + y) = 10y + (x + 1) \end{cases}$.

Упростим второе уравнение (раскроем скобки и приведем подобные члены): $\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 2y = 10y + x + 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 2y - 10y - x = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y = 10 \\ 19x - 8y = 1 \end{cases}$.

Выразим y из первого уравнения: $y = 10 - x$. Подставим во второе уравнение вместо y выражение $10 - x$. Получаем линейное уравнение с одной переменной: $19x - 8(10 - x) = 1$; $19x - 80 + 8x = 1$; $27x = 81$; $x = 3$. Найдем y, подставив $x = 3$ в первое уравнение: $y = 10 - 3$, откуда $y = 7$. Значит, число $\overline{xy}$ – это число 37.

1185. Примем за x га площадь, которая была занята под озимыми культурами, а за y га – площадь, которая была занята под яровыми культурами. По условию, под озимыми культурами было занято на 480 га больше. Следовательно, получаем уравнение: $x - y = 480$. 80% площади озимых можно записать как $0{,}8x$. Значит, после того, как 80% озимых убрали, осталось $(x - 0{,}8x)$, т. е. $0{,}2x$ (га) озимых. 25% яровых запишем как $0{,}25y$. Следовательно, после сбора яровых культур осталось $(y - 0{,}25y)$, т. е. $0{,}75y$ (га) яровых. Известно, что площадь под озимыми оказалась на 300 га меньше, чем под яровыми культурами. Получаем отсюда второе уравнение: $0{,}75y - 0{,}2x = 300$.

Имеем систему уравнений: $\begin{cases} x - y = 480 \\ 0{,}75 - 0{,}2x = 300 \end{cases}$. Выразим x из первого уравнения и подставим во второе: $x = y + 480$. Получаем:
$0{,}75y - 0{,}2(y + 480) = 300$; $0{,}75y - 0{,}2y - 96 = 300$; $0{,}55y = 396$; $y = 720$ (га).
Подставив значение переменной y в первое уравнение, находим $x = y + 480$; $x = 720 + 480 = 1200$ (га).

Дополнительные упражнения к главе VI

1196. а) Сначала из данного уравнения выразим переменную y: $y = 11 - x$. Подставим первое натуральное число (1) вместо x и найдем, чему в этом случае равен y: $y = 11 - 1 = 10$. Первая пара чисел: (1; 10). Найдем следующую пару чисел. Подставим вместо x второе натуральное число (2). Тогда y равен: $y = 11 - 2 = 9$. Следовательно, вторая пара чисел (2; 9). Аналогично, при $x = 3$ $y = 11 - 3 = 8$. Третья пара чисел: (3; 8). При $x = 5$ $y = 11 - 5 = 6$. Тогда четвертая пара натуральных чисел: (5; 6). Далее аналогично подставляем следующие натуральные x, находим соответствующие им значения y до тех пор, пока y не станет равен 1. Получаем еще следующие пары натуральных чисел: (6; 5), (7; 4), (8; 3), (9; 2), (10; 1).

б) Выразим сначала из данного уравнения переменную y: $y = \frac{18}{x}$. Так как x и y – натуральные числа, то число 18 должно делиться на x нацело. Это значит, что число x должно являться натуральным делителем числа 18. Перечислим его делители: 18, 1, 2, 3, 6, 9. Подставляя эти значения поочередно в исходное уравнение, находим значения переменной y:

при $x = 18$ $y = \frac{18}{18} = 1$ – пара чисел (18; 1);

при $x = 1$ $y = \frac{18}{1} = 18$ – пара чисел (1; 18);

при $x = 2$ $y = \frac{18}{2} = 9$ – пара чисел (2; 9);

при $x = 3$ $y = \frac{18}{3} = 6$ – пара чисел (3; 6);

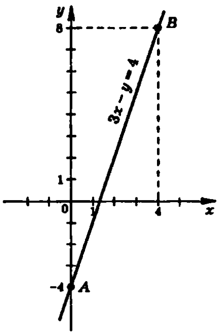
при $x = 6$ $y = \frac{18}{6} = 3$ – пара чисел (6; 3);

при $x = 9$ $y = \frac{18}{9} = 2$ – пара чисел (9; 2).

1199. Запишем исходное двузначное число как $\overline{xy}$ (данная запись означает, что это число содержит x десятков и y единиц, т. е. $\overline{xy} = 10x + y$). Тогда новое число имеет вид: $\overline{1xy1}$. Число $\overline{1xy1}$ можно записать: $\overline{1xy1} = 1000 + 100x + 10y + 1$; $\overline{1xy1} = 1001 + 100x + 10y$. Преобразуем и выразим число $\overline{1xy1}$ через число $\overline{xy}$: $\overline{1xy1} = 1001 + 100x + 10y =$ $= 1001 + 10\,(10x + y) = 1001 + 10$. Зная, что полученное число в 21 раз больше исходного, составим уравнение: $21\,\overline{xy} = 1001 + 10\,\overline{xy}$. Решим это уравнение и найдем исходное число $\overline{xy}$: $21\,\overline{xy} - 10\,\overline{xy} = 1001$; $11\,\overline{xy} = 1001$; $\overline{xy} = \frac{1001}{11} = 91$. Т. е. исходное число – число 91.

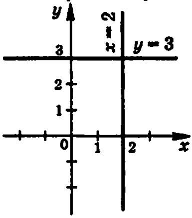
1205. Для доказательства выразим из данного уравнения переменную x: $6x = 12y + 5$; $x = \frac{12y+5}{6}$; $x = \frac{12y}{6} + \frac{5}{6}$; $x = 2y + \frac{5}{6}$. Из полученного соотношения видно, что если переменная y будет принимать целочисленные значения, то слагаемое $2y$ будет также целым числом. Тогда если мы прибавим к целому числу дробь , то получим нецелое число. Значит, при любых целых y величина x всегда будет нецелой.

1207. Сначала выразим a через x и y. Получим соотношение: $ax = y + x$; $a = \frac{y+4}{x}$. Далее в полученное уравнение подставим заданные значения x и y (координаты точки M). Имеем: $a = \frac{5+4}{9} = \frac{9}{3} = 3$. Полученное значение a подставим в исходное уравнение и построим его график: $3x - y = 4$; $y = 3x - 4$. Строим график по двум точкам: при $x = 0$ $y = 3 \cdot 0 - 4 = -4$ (точка A); если $x = 4$, то $y = 3 \cdot 4 - 4 = 8$ (точка B).



1209. а) В уравнении $(x - 2)(y - 3) = 0$ произведение двух множителей равно нулю. Поэтому или первый множитель равен нулю или второй, т. е. $x - 2 = 0$ (тогда $x = 2$) или $y - 3 = 0$ (тогда $y = 3$). Поэтому графиком уравнения будут две прямые: $x = 2$ и $y = 3$. Первая прямая проходит через точку (2; 0) и параллельна оси y; вторая – проходит через точку (0; 3) и параллельна оси x.

1213. Докажем аналитическим способом. Для этого из каждого из этих уравнений выразим y через x и получим: $y = 5 - x$; $y = 2x - 16$; $y = \frac{3-x}{2}$. По условию, эти прямые должны пересекаться в одной точке, т. е. должны иметь одинаковые координаты. Приравняем координаты y первых двух прямых: $5 - x = 2x - 16$. Из полученного уравнения найдем: x; $-x - 2x = -16 - 5$; $-3x = -21$; $x = 7$. То есть две первые прямые пересекаются в точке с координатой $x = 7$. Найдем координату y точки пересечения. Подставим полученное значение x в первое уравнение: $y = 5 - x = 5 - 7 = -2$. Таким образом, прямые $y = 5 - x$ и $y = 2x - 16$ пересекаются в точке (7; –2). Покажем, что и прямая $y = \frac{3-x}{2}$ проходит через ту же точку. Подставляем координаты точки пересечения в уравнение этой прямой. Получаем: $-2\frac{3-7}{2}$, т. е. $-2 = -2$. Так как равенство верное, то все три данные прямые проходят через одну и ту же точку (7; –2), т. е. пересекаются в ней.

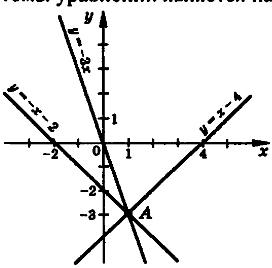


1215. Если точка пересечения прямых принадлежит оси x, то координата y этой точки равна 0. Следовательно, данные уравнения $bx + 3y = 10$ и $x - 2y = 4$ выполняются при $y = 0$, т. е. $bx + 3 \cdot 0 = 10$ и $x - 2 \cdot 0 = 4$; $bx = 10$ и $x = 4$. Так как по условию эти прямые пересекаются, приравняем их координаты x. Из первого уравнения: $x = \frac{10}{b}$. Получаем:

$x = \frac{10}{b}$, откуда $b = \frac{10}{4} = 2{,}5$.

1217. Построим графики каждого из уравнений данной системы: $y + 3x = 0$, $x - y = 4$, $x + y = -2$. Выразим из каждого уравнения y через x: $y = -3x$, $y = x - 4$, $y = -x - 2$. Все уравнения имеют вид $ax + bx = c$. Значит, графиками являются прямые. Графики прямых строим по двум точкам. (В каждое из уравнений подставляем произвольное значение x и находим соответствующее ему значение y).

Из графика видно, что все три прямые пересекаются в точке A, имеющей координаты (1; –3). Следовательно, решением данной системы уравнений является пара чисел (1; –3).



1224. в) Сначала упростим каждое из уравнений данной системы. Раскроем скобки и приведем подобные члены. Получаем:

$$\begin{cases}4(2x-y+3)-3(x-2y+3)=48\\3(3x-4y+3)+4(4x-2y-9)=48\end{cases};\begin{cases}8x-4y+12-3x+6x-9=48\\9x-12y+9+16x-8y-36=48\end{cases};$$

$$\begin{cases}5x+2y=45\\25x-20y=75\end{cases};\begin{cases}5x+2y=45\\5x-4y=15\end{cases}.$$

Решим данную систему уравнений способом сложения, предварительно домножив второе уравнение на (–1). Получаем: $\begin{cases}5x+2y=45\\-5x+4y=-15\end{cases}$. После сложения уравнений имеем уравнение с одной переменной: $(5x + 2y) + (-5x + 4y) = 45 - 15$; $5x + 2y - 5x + 4y = 30$; $6y = 30$, откуда находим $y = 5$. Теперь подставляем полученное значение y в первое уравнение и находим: x: $5x + 2 \cdot 5 = 45$; $5x + 10 = 45$; $5x = 35$; $x = 7$. Следовательно, решением этой системы является пара чисел (7; 5).

1226. **а)** Упростим данную систему уравнений. Сначала разложим левые части обоих уравнений, используя формулу разности квадратов. Получим: $\begin{cases}[(x-1)-(x+2)][(x-1)+(x+2)]=9y\\[(y-3)-(y+2)][(y-3)+(y+2)]=5x\end{cases}$. Раскроем скобки и приведем в каждом уравнении подобные члены:

$$\begin{cases}(x-1-x-2)(x-1+x+2)=9y\\(y-3-y-2)(y-3+y+2)=5x\end{cases};\begin{cases}-3(2x+1)=9y\\-5(2y-1)=5x\end{cases};\begin{cases}-6x-3=9y\\-10y+5=5x\end{cases}.$$

Разделим обе части первого уравнения на 3, а второго на 5. Имеем: $\begin{cases}-2x-1=3y\\-2y+1=x\end{cases}$. Из второго уравнения выразим $x = -2y + 1$. Подставим в первое уравнение вместо x выражение $(-2y + 1)$ и решим полученное уравнение с одной переменной: $-2(-2y + 1) - 1 = 3y$; $4y - 2 - 1 = 3y$; $4y - 3 = 3y$; $y - 3 = 0$; $y = 3$. Подставим значение $y = 3$ во второе уравнение и найдем x: $-2 \cdot 3 + 1 = x$. Отсюда $x = -5$. Итак, решением данной системы уравнений является пара чисел (–5; 3).

1228. **б)** Решим эту систему уравнений аналитическим способом. В каждом уравнении системы выразим y через x. Имеем: $\begin{cases}3y=1-11x\\y=3-2x\\2y=4-5x\end{cases};\begin{cases}y=\dfrac{1-11x}{3}\\y=3-2x\\y=\dfrac{4-5x}{2}\end{cases}.$

Данная система будет иметь решение (одно), если эти три прямые пересекутся в одной точке. Приравняем координаты y первых двух прямых: $\frac{11-11x}{3}=3-2x$. Найдем отсюда: x; $1-11x=3(3-2x)$;

$1-11x=9-6x$; $-5x=8$; $x=-\frac{8}{5}=-1\frac{3}{5}$.

Теперь найдем координату y точки пересечения $y=3-2x=$

$=3-2\left(-\frac{8}{5}\right)=3+\frac{16}{5}=\frac{31}{5}$. Определим, пройдет ли третья прямая через эту точку пересечения $\left(-\frac{8}{5};\frac{31}{5}\right)$. Подставляем координаты точки в уравнение третьей прямой: $\frac{31}{5}=\frac{4-5\left(-\frac{8}{5}\right)}{2}$ или $\frac{31}{5}=\frac{4+8}{2}$ или $\frac{31}{5}=6$.

Так как равенство не выполняется, то третья прямая не проходит через точку пересечения первых двух. Поэтому система решений не имеет.

Оглавление

САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР®

Учебно-методическое пособие

Белова Анна Александровна

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ ИЗ УЧЕБНИКА ПО АЛГЕБРЕ

авторов Ю.Н. Макарычева и др. (*М.: Просвещение*)

7 класс

Дизайн обложки *Екатерины Бедриной*

По вопросам приобретения книг издательства «ВАКО»
обращаться в ООО «Образовательный проект»
по телефонам: 8 (495) 778-58-27, 746-15-04. Сайт: www.obrazpro.ru
Приглашаем к сотрудничеству авторов.
Телефон: 8 (495) 507-33-42. Сайт: www.vaco.ru

Налоговая льгота —
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»
Подписано к печати с диапозитивов 11.08.2009.
Формат 70×100/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 6,48. Тираж 7 100 экз. Заказ № 28718.

Отпечатано в соответствии с качеством
диапозитивов, предоставленных издательством
в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат»
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru